

等価伝送路モデル：その思想と実践

～電波伝搬視点からのデジタル伝送特性解析～

唐沢好男

本レポートは、筆者らが、電波伝搬視点からのデジタル伝送特性解析のために編み出した等価伝送路モデルの思想と実践をまとめている。この研究の成果は、コロナ社の「改訂 デジタル移動通信の電波伝搬基礎」[1]にまとめている。ただ、専門書ゆえに記述するスペースは十分とは言えず、また、記述も7章と10章に分けてまとめているので、一貫した形で整理しておきたいと思った。それがこのレポートである。

筆者がまだ研究者として駆け出しの頃、研究室の上司であった（故）山田松一博士の薫陶を受けたが、論文の書き方について、山登りのたとえ話を教わった。「研究は、手探りしながら、道に迷いながら、山の頂を目指す行程に似ている。そのようにしているうちに、やがて見通しのよいところにたどり着くだろう。それを論文に書くとき、登ってきた行路を辿ってまとめるのではなく、そこから出発点を見下ろして最短ルートを見定め、あたかもそのルートで登ってきたかのようにまとめなさい」。筆者の等価伝送路モデルの研究のきっかけになった受信機再生クロックのサイクルスリップの研究についても、実際の歩みは参考文献[9]（5件の研究会発表）に挙げたとおりのものであるが、本報告書は、最短コースになるようにまとめ直している。本稿により、電波伝搬特性とシステムの本質的な関わりを味わっていただければ本望である。

目次

1. はじめに	2
2. 等価伝送路モデルの基本思想	2
3. 再生クロックのサイクルスリップ解析への応用	3
4. シングルキャリア伝送における符号間干渉誤り解析への応用	16
5. OFDM 伝送における不完全 GI 時の伝送特性劣化解析への応用	29
6. 等価伝送路モデルの構造に関する別視点からの考察	30

1. はじめに

筆者らは、移動通信のデジタル伝送特性（符号間干渉誤りや再生クロックのサイクルスリップ）の解析に等価伝送路モデル（Equivalent Transmission-Path model: ETP モデル）を編み出し、それによる解析や伝送特性推定を行ってきた[2]-[4]。また、その概要を専門書[1]にまとめている。

従来、この種の解析では、デジタル変復調方式を熟知するシステム側からの取り組みが行われている。そしてそこでは、「〇〇伝搬環境における××伝送方式の伝送特性」といった、個別の解析がなされている。〇〇と××を特定しない汎用的な解析手法はないのであろうか。

筆者らは、デジタル伝送特性（特に広帯域な）の解明において、これまでと異なるアプローチでこの問題に切り込んでみたいと思い、視点を電波伝搬側に置いたモデル化の研究を行ってきた。その思想によって生まれたものが等価伝送路モデルである。等価伝送路モデルの研究は、伝搬とシステムの境界を明確にし、かつ、その相互作用としてデジタル伝送特性を求めるといった思想を実践するための取り組みでもあった。

本レポートは、この一連の等価伝送路モデルの構築とそれを用いたデジタル伝送特性の解明に関する研究をまとめている。第2章では等価伝送路モデルの基本思想を、第3章では、再生クロックのサイクルスリップ発生頻度解析を、第4章と5章では、広帯域伝送における符号間干渉誤りの解析を述べている。このうち、4章（と5章）の符号間干渉誤りのモデル化では、システム側に期待している2波モデルでのBER計算理論式が得られていないため、事前のBERマップ作成を求めている、BERの計算手法として使いやすい実用的なものにはなっていない。この部分の数式化については今後の研究を待ちたいが、モデルの構造から、電波伝搬とシステムのかかわりが明確にできたことには成功していると確信する。

2. 等価伝送路モデルの基本思想

多様な伝搬環境での種々の通信方式における伝送特性を、普遍的に解析することは、一般論としてきわめて困難なことに思われる。難攻不落な城を攻めるに際して、正面から突破するのは無理であっても、視点を変えて、搦め手から攻め込むようにすれば良いかもしれない。この作戦によって生み出された伝搬モデルが「等価伝送路モデル」である。等価伝送路モデルを用いた伝送特性解析では、以下の四つのステップに従う。

ステップ1

- ・明らかにしたい伝送特性を決める。これを伝送特性 P とする。
 - ・計算機シミュレーションなどによって、伝送特性を支配する伝搬パラメータを見出す（法則性を見出す）。
- この伝搬パラメータを $\mathbf{u}=\{x, y, z, \dots\}$ とし、キーパラメータと呼ぶ。

ステップ2

- ・キーパラメータを組み入れた最も簡易な伝搬モデルをひとつ作る。
- その基本パラメータを $\mathbf{v}=\{a, b, c, \dots\}$ とする。
- それぞれのパラメータ \mathbf{u} と \mathbf{v} は一対一対応があり、一方が決まれば他方は一意に決まる
- ・このようにして求められた簡易モデルを「等価伝送路モデル」と呼ぶ。

ステップ3

- ・等価伝送路モデルで、目的量 P を理論的に求める。
- ・ $P=P(\mathbf{v})$ の理論式を得る。

ステップ4

- ・パラメータの \mathbf{v} から \mathbf{u} への置き戻しを行い、目的式を得る。
- ・ $P=P(\mathbf{v}) \rightarrow P(\mathbf{v}(\mathbf{u})) \rightarrow P(\mathbf{u})$

図1は、この四つのステップの関係をまとめている。

この一連のステップの中では、1～3が重要で、ステップ4は、機械的な変換である。ステップ1で、法則性が見出せなければその先に進めず、ここで終わってしまう。ステップ2と3は簡易化に関してセンスが問われる。ステップ2の等価伝送路モデルには、ステップ3での理論解析ができる構造でなくてはならない。キーパラメータで構成される必要最小限のモデルということになる。

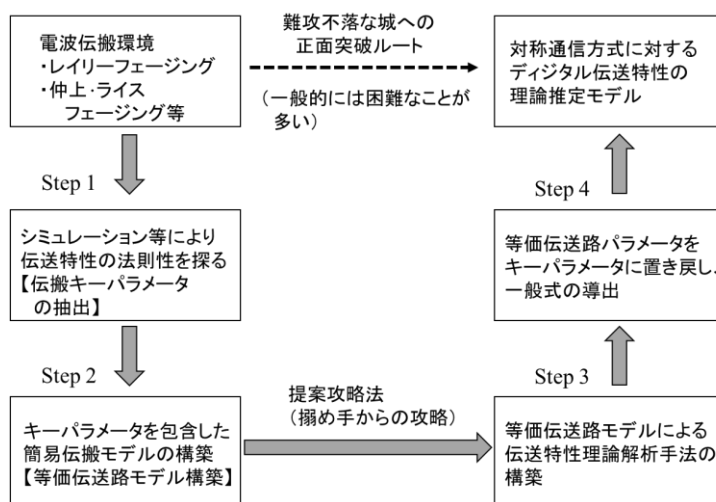


図1 等価伝送路モデルによる伝送特性の解析

3. 再生クロックのサイクルスリップ解析への応用

3.1 再生クロックのサイクルスリップ現象

サイクルスリップと言う言葉は、同期はずれの現象一般に対して広く使われるが、ここでは、受信機の再生クロック信号 (= サンプルタイミング信号) が信号系列のタイミングと1シンボル以上にわたってずれて行く現象を取り上げる。ここではこれを「サイクルスリップ (cycle slip)」と呼ぶ。マルチパスの遅延の広がり (到来時間の差) が変調信号の1シンボル周期より十分小さい場合でも発生するところに不思議がある。

筆者らの経験談から入りたい。1990年代初め、衛星通信の研究から地上系移動通信の研究にテーマを広げたいと思い、その手始めに、広帯域信号のマルチパス遅延による影響を知る目的で、図2のような、遅延差のある2波で発生する符号間干渉誤りを調べるというところから始めた。シミュレーションのプログラミング段階で、「復調後のデータサンプリングをどこに入れればよいか」、という問題にぶち当たった。そういう誰でもやっている原理的なことは、過去の論文を調べればすぐわかるはずと思い、先人たちの論文を調べたが、いくら調べても、「サンプリングは最適位置で行った」のような表現しか出てこなかった。大部分の論文では、先行波と遅延波の中間位置で行っているようであった。計算機シミュレーションでは、送信信号のカンニングができるので、多分そうしているのだと思ったが、実際の受信機はそういうことがわからないのに、どうしてそこが定まるのだろうと疑問を持った。そうして調べているうちに京都大学の池上丈夫先生 (現京都大学名誉教授) の研究室で、この現象に着目し、再生クロックのタイミング位置とフェージングの関係を調べる研究を行っていることがわかった[18],[19]。そのタイミング位置がデータシンボルを超えて急速に動く現象が見出され、これを「サイクルスリップ」と名づけていた。本来、符号間干渉には強いはずのBPSK変調方式でも、実測データには予想以上に誤りの発生が多かった原因を解明しようとしての先駆的な研究であった。当時、まだ現象理解にとどまっていたこの現象に興味を持ち、ここ

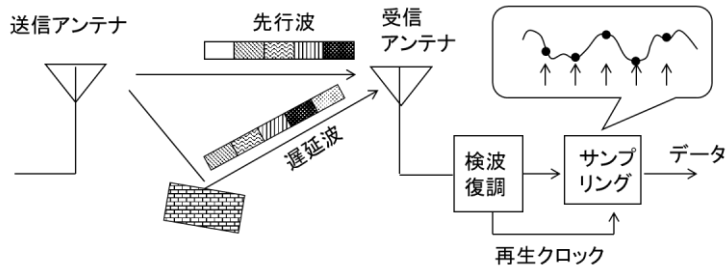


図2 遅延差がある2波が入射した場合の受信機の反応は？

に踏み込んでみようと思ったのが、筆者のサイクルスリップ研究事始である ([1], p.294 コラム)。

遅延のばらつきを持つマルチパス伝搬環境では、帯域制限フィルタで整形された送信信号が時間ずれして合成されるので、受信機では、最適サンプリングポイントが見つげにくくなっている。もっと正確に言うと、(通常の) 受信機は最適ポイントを見つけてサンプリングしようとするのではなく、遅延の広がりがない信号 (すなわち狭帯域信号) に対して、最適にサンプリングが入るようなクロック再生方式が組み込まれていて、そこに、遅延の広がりのある信号 (波形歪を受けた広帯域信号) が入った場合に、どう反応するかという問題になる。

PSK 変調信号を考える。最適サンプリング位置を決める一般的な方法として、帯域制限がかかった信号の包絡線変動からそのシンボルレート (シンボル周期: T_s) に相当する周波数 $f_s (= 1/T_s)$ の成分を狭帯域のバンドパスフィルタで抽出し、そのピーク位置をサンプルタイミングとするというものが多い。図3は、先行波 (振幅 r_1 , 位相 ϕ_1) と遅延波 (振幅 r_2 , 位相 ϕ_2) の遅延差 ($\Delta\tau$) が $0.2T_s$ の2波モデルにおいて、振幅が等しい場合の受信信号のアイパターンと上記規範によるサンプルタイミング位置を示している。電波の位相が逆相の場合 (同図(b)) には、同じシンボルが重なっている部分が消失し、シンボルとシンボルの入れ替わり部分に電力が残り、そこに信号があると受信機がだまされて、サンプリングが働いてしまう。

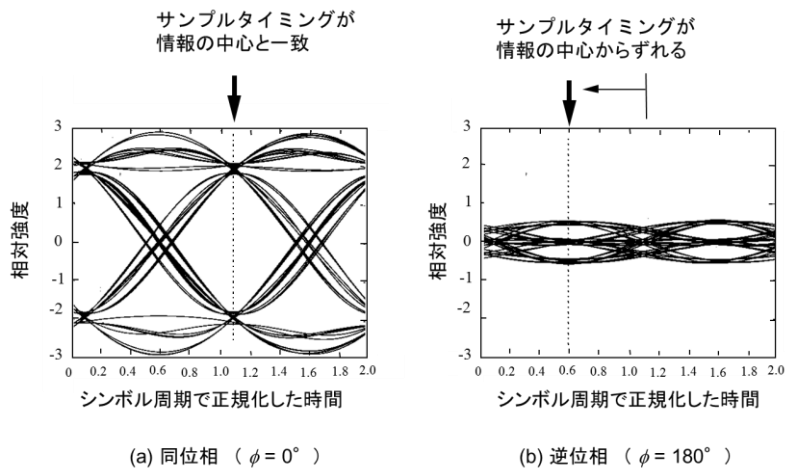


図3 CQPSKのアイパターンとサンプルタイミング (遅延差 $\Delta\tau=0.2T_s$, 振幅比 $r=1$)

2波モデルの場合、このサンプリングの位置は、次式のように定まる[7]。

$$T_{sampling} = \frac{\Delta\tau}{2} + \frac{T_s}{2\pi} \tan^{-1} \left\{ \frac{(r^2 - 1) \sin(\pi \Delta\tau / T_s)}{(1 + r^2) \cos(\pi \Delta\tau / T_s) + 2r \cos \phi} \right\} \quad (1)$$

$$(r \equiv r_2 / r_1, \quad \phi \equiv \phi_2 - \phi_1)$$

遅延差がシンボル周期 T_s に比べて僅かにずれている 2 波があり、それらの振幅が図 4 (a) のように推移するとする。実際には、フェージングの速さは情報の変化速度に比べて十分遅く、かつ、クロックの抽出も狭帯域フィルタで決まる帯域以上の速さには追従しないので、図の例は時間的に誇張があることを知った上で見てほしい。同図 (b), (c) は、そのときのサンプルタイミングの変化を、(b) $\phi=0^\circ$ の場合と (c) $\phi=180^\circ$ の場合を概念的に示したものである。2 波が同位相の場合には、サンプルタイミングポイントが図のように推移して何事も起きないが、位相が逆相の場合は、同図 (c) のような変化となり、始め (シンボル : a) と終わり (シンボル : l) はぴったりと最適位置に入っているのに、サンプリング数がデータの数より一つ多くなっていることがわかる。マイクロにみると、データ f と g の切り替わりで f を 2 回サンプリングし、サイクルスリップが起きていることがわかる。受信機がフェージングに だまされて反応した結果 と言えるであろう。(逆に、サンプリングの数の方が少なくなる状況もある [7])。

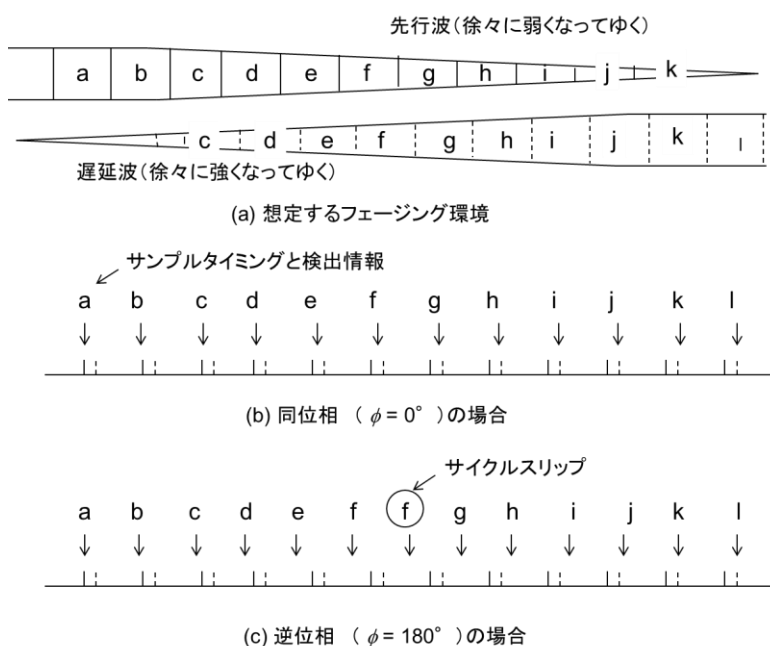


図 4 サイクルスリップの発生イメージ

図 (b), (c) で、各 2 本線のうち左側の実線は先行波に対する最適サンプルタイミング位置、右側の破線は遅延波に対する最適サンプリング位置

図 5 は、遅延差 $\Delta\tau=0.2T_s$ の 2 波モデル環境において、位相差 ϕ 一定下で、振幅比 r を -15dB (ほとんど先行波だけ) から 15dB (ほとんど遅延波だけ) に変化させたときのサンプルタイミングの位置を (1) 式により計算して示している。 $\phi=180^\circ$ を中心とした一定の角度範囲に谷間が見える。位相差がこの谷間に相当する値にあるとき、サイクルスリップが発生することになる。サイクルスリップの有無を分ける位相差は $\phi=\pi(1\pm\Delta\tau/T_s)$ にあり、ここを境にその先の進み/遅れの方が分かれ、遅延波ドミナントの最終状態においては、サンプルタイミングに 1 周期分 ($=T_s$) の差が生じることになる。

図 6 は、サンプルタイミングの伝搬環境に対する推移を、実測により調べた結果を示している [7]。実験では、64kbps 同期検波 QPSK モデム ($f_s=32\text{kHz}$, $T_s=31.25\mu\text{s}$) に、振幅・位相・遅延が独立に設定できるフェージングシミュレータを用い、2 波モデルでのサンプルタイミングの測定を行った。熱雑音の影響を極力避けるため信号レベルは可能な限り強くし (CN 比 $>50\text{dB}$)、先行波と遅延波の遅延差 $\Delta\tau$ を $5\mu\text{s}$ ($\Delta\tau/T_s=0.16$) とした。サンプルタイミングの測定は、モデムの送信クロックのタイミングと、復調されたクロックのタイミングの関係を、1 波のときを基準 (最適点でサンプリングされていると仮定) として、こ

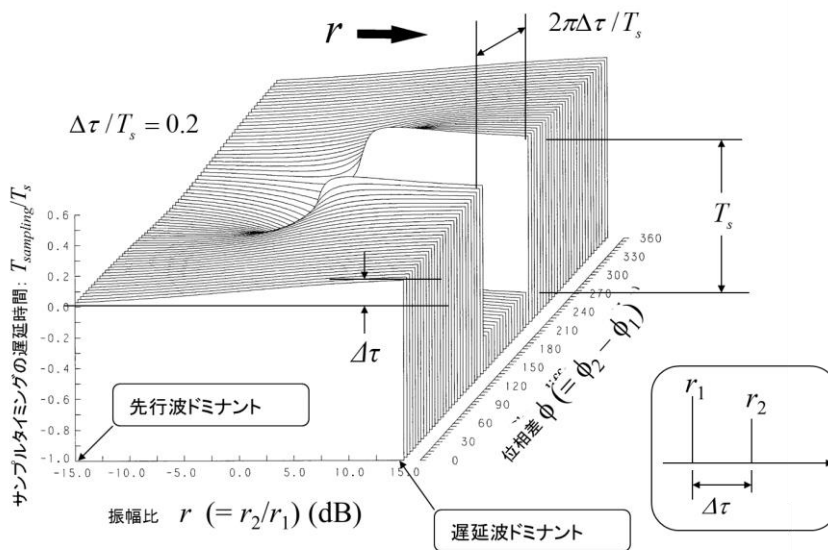


図5 ϕ 一定下での r の変化に対するサンプルタイミング ($\Delta\tau T_s=0.2$)

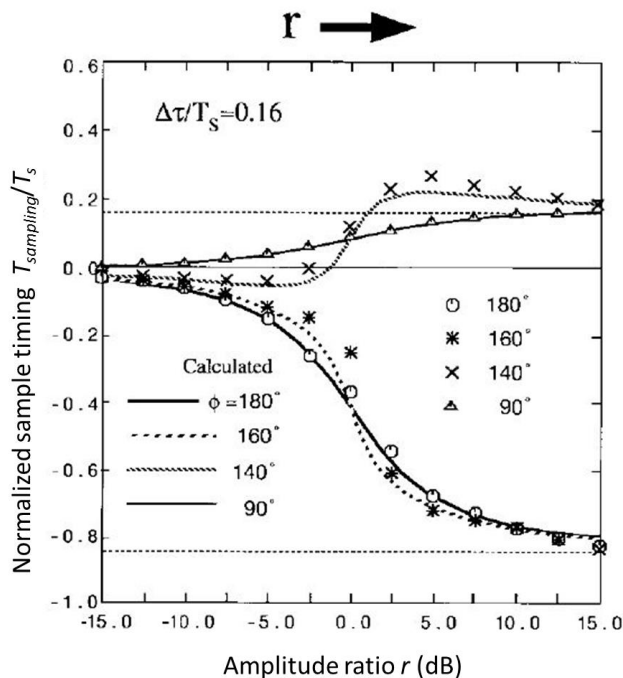


図6 サンプルタイミング推移の計算値と実測値の比較

れとのずれを比較した。同図には、(1)式の理論計算値もあわせて示している。実測値と理論計算値はよく一致しており、(1)式や、図5の計算結果は、妥当なものであると結論できる。

図7は2波モデルでの、フェージングの状態を表すダイアグラムである。図中の●印は二つ存在する特異点(交番符号1010...の連続信号に対して、振幅変化がなくなる点)で、 $r=1, \phi = \pi(1 \pm \Delta\tau/T_s)$ に現われる[7]。計算機シミュレーション実験や図5の結果より、二つの特異点を両端とする線分上をフェージングの状態が交差して変化するときサイクルスリップが起きることがわかった。フェージングの状態がAからB

に変わる場合、ルート a ではサイクルスリップは発生せず、ルート b で発生する。同様に B から A に変わる場合のルート c もサイクルスリップが発生する。このような計算機シミュレーション実験によって発生の詳細メカニズムが見えてきたわけである。一旦サイクルスリップが発生すると、フレーム同期が再確立するまで誤り続けるので、符号間干渉に強い BPSK と言えども、この誤りには太刀打ちできないことになる。

以上が、サイクルスリップ発生のメカニズムである。

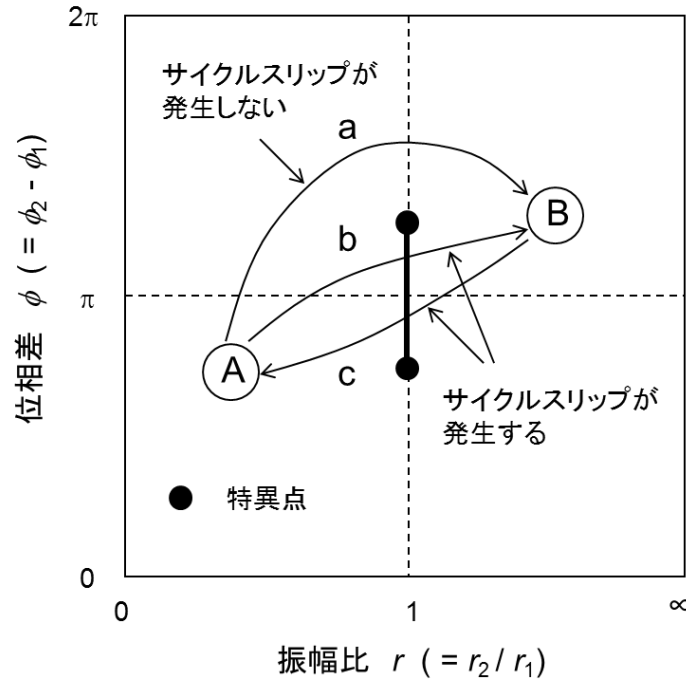


図7 フェージングダイアグラムとサイクルスリップ発生条件

3. 2 ステップ1：法則性を見出す

3. 2. 1 対象とする電波伝搬環境とその表現

ここでは、伝搬環境として、仲上・ライスフェージングを考える。仲上・ライスフェージングは、定常波（直接波）が存在する見通し内伝搬環境を表現するモデルであるが、定常波の強度を0とすれば、見通し外環境のレイリーフェージングも表現できるので、移動通信の伝搬環境を表現するモデルとして汎用的である。図8は、仲上・ライスフェージング環境の遅延プロファイルを表している。時間的に変化しない定常波成分（直接波成分）を持ち、この電力を P_D と置く（図では、縦軸を電力密度としているので、デルタ関数を付している）。定常波成分を含まない散乱波部分のみの遅延プロファイル $p_s(\tau)$ と置くと、散乱波の平均電力 P_R は遅延プロファイルの積分値で与えられる。 P_R と P_D の比を s^2 で与える ($s^2 \equiv P_R/P_D$)。仲上・ライスフェージングでは、直接波電力と散乱波電力の比はライスファクタ K ($K \equiv P_D/P_R$) と呼ばれるが、この定義より、 $K=1/s^2$ の関係になる。散乱波遅延プロファイルの直接波遅延を基準とした平均遅延を τ_m と、また、その標準偏差を $\sigma_{\tau,R}$ と置く。標準偏差 $\sigma_{\tau,R}$ は、(散乱波成分の) 遅延スプレッドと呼ばれる。

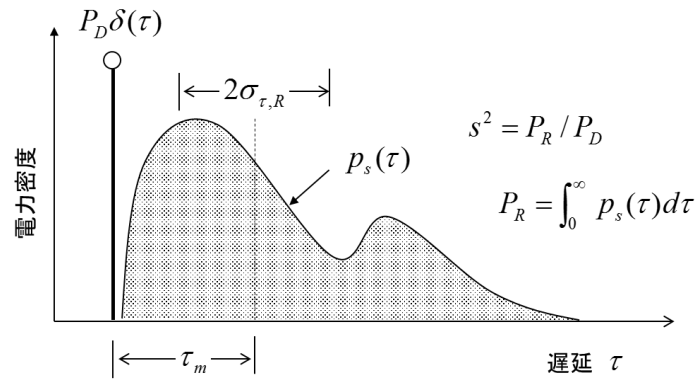


図8 伸上・ライスフェージング環境の遅延特性表現と関連パラメータ

3. 2. 2 キーパラメータを探す

法則性を探るとき、「当たりをつける」というのが大事である。良い言葉で言えば、“直観力・センス”、悪い言葉で言えば“先入観”である。図8で表される伸上・ライスフェージング環境であれば、定常波と散乱波の電力関係を与える s^2 (あるいはライスファクタ K)、遅延プロファイルを規定する平均遅延 τ_m と遅延スプレッド $\sigma_{\tau,R}$ 、および、時間変動速度を代表する最大ドプラー周波数 f_d あたりが候補である。レイリーフェージングでは、 $\sigma_{\tau,R}$ と f_d ということになる。

以下は文献[7] (レイリーフェージング) , [8] (伸上・ライスフェージング) で行った計算機シミュレーションによるアプローチを簡潔に説明する。

図9に示すように、形状の異なる八つの遅延プロファイルパターンを用意する(数や形は本質ではなく、異なる形状のいくつかがあれば十分である)。図の例では、間隔 τ_0 の等間隔に2～5波のインパルス(振幅がレイリー分布する)を配置し、それぞれの平均電力を図に示している。この八つのプロファイルに対して、表1で与えられる九つの伸上・ライスフェージング環境を作る。具体的には、各プロファイルの平均遅延と遅延スプレッドを τ_0 の関数として求める。このときの遅延プロファイルの値が、表で与えられている遅延スプレッドになるよう τ_0 の値をプロファイルごとに定める。また、その電力も、マルチパス成分の合計電力と定常波成分の比が s^2 になるように定める。そしてそれぞれのマルチパスプロファイルを、中心が定常波成分の位置から τ_m となるように置く。このようにして、図9のそれぞれのプロファイルに、定常波成分電力を加え、表1で定められた環境を作る。

サイクルスリップの判定には、交番符号(1010...の繰り返し符号)のBPSK信号を用いて行った。サイクルスリップの有無を調べる方法については、文献[7],[8]に詳しく説明しているので、ここでは割愛する。

図10は、八つのプロファイルに対して、表1の九つのケースについて、シミュレーション評価結果をまとめている[8]。図より、それぞれのケースにおいて、プロファイルの違いによるばらつきが極めて小さいことがわかる。(レイリーフェージングについては、同様な評価を文献[7]で行っている)。これらの計算機シミュレーションによって、以下の法則性を見出すことができた。

- 1) サイクルスリップの発生頻度は、伸上・ライスフェージングパラメータである s^2 , τ_m , $\sigma_{\tau,R}$ の値が同じセットであれば、プロファイルの形状に依存せず、同じ値になる。ただし、 τ_m および $\sigma_{\tau,R}$ の適用範囲は $0.3T_s$ 程度以内である。
- 2) サイクルスリップの発生頻度は、最大ドプラー周波数 f_d に比例する。

上記より、伸上・ライスフェージング環境におけるサイクルスリップの発生頻度を支配する電波伝搬キーパラメータは、 s^2 , τ_m , $\sigma_{\tau,R}$, f_d の4つである、と結論できた。

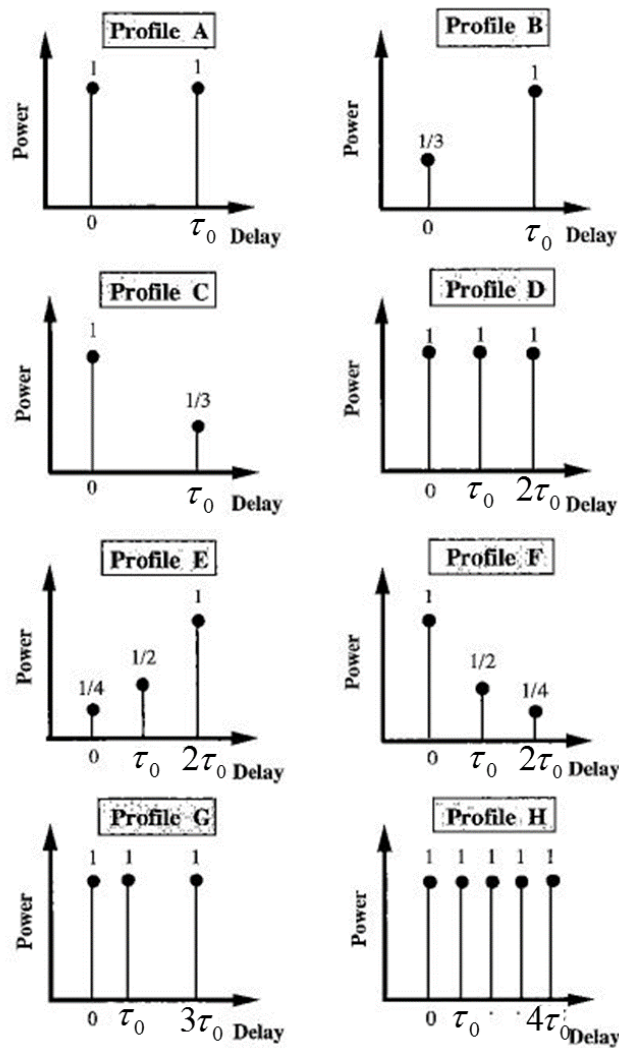
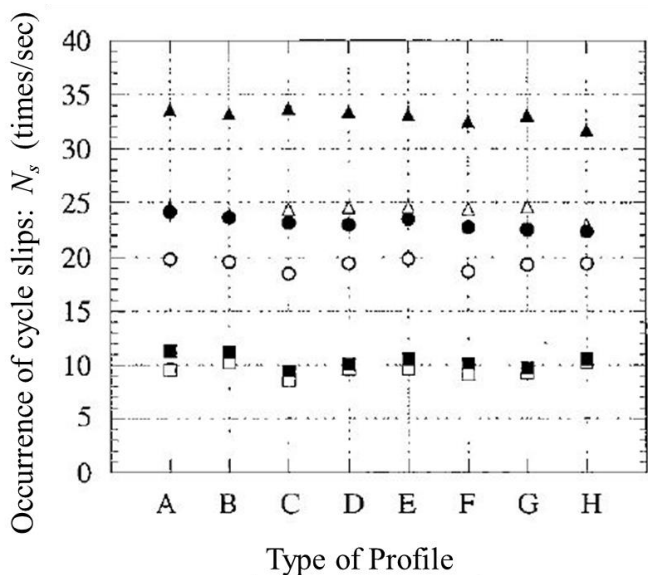


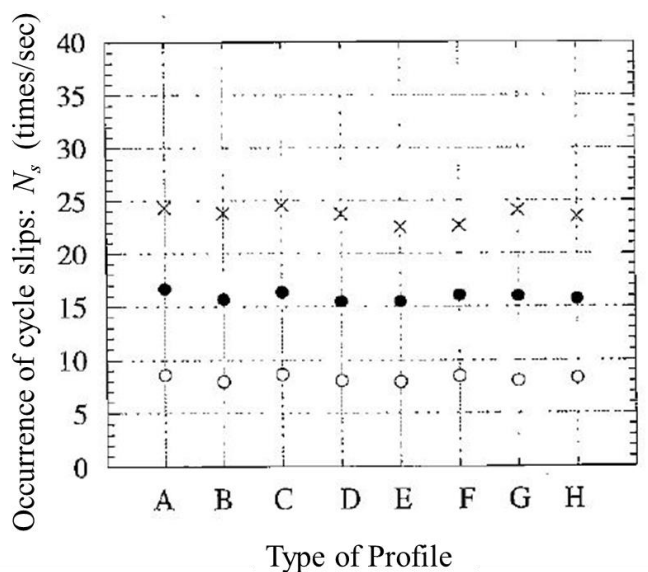
図9 サイクルスリップ発生頻度のプロファイル形状依存性を調べるための八つのパターン
 (散乱波の遅延プロファイル部分)

表1 仲上・ライスフェージング環境の設定値

Case	s^2	$\sigma_{\tau,R}/T_s$	τ_m/T_s	Result	Symbol
1	2.0	0.1	0.2	Fig. 10(a)	\triangle
2	2.0	0.2	0.2		\blacktriangle
3	1.0	0.1	0.2		\circ
4	1.0	0.2	0.2		\bullet
5	0.5	0.1	0.2		\square
6	0.5	0.2	0.2		\blacksquare
7	1.0	0.1	0.0	Fig. 10(b)	\circ
8	1.0	0.2	0.0		\bullet
9	1.0	0.3	0.0		\times



(a) $\tau_{ml}/T_s = 0.2$ (表1のCase 1~6)



(b) $\tau_{ml}/T_s = 0$ (表1のCase 7~9)

図10 サイクルスリップ発生頻度のプロファイル形状依存性

3.3 ステップ2：等価伝送路モデルの構築

3.1節で、サイクルスリップの仕組みを先行波と遅延波の2波で構成される伝搬モデルで調べている。そのとき、サイクルスリップは図7のフェージングダイヤグラム上で、二つの特異点を結ぶ線分上を通過したときに発生することを明らかにしている。ゆえに、2波モデルであれば、サイクルスリップの発生頻度解析は、2波のレベル交差問題に帰着できることがわかる。そうすると、解析のポイントは2点である。

- 1) キーパラメータで表される環境を、2波モデルで表現できるか？
- 2) 2波モデルのレベル交差問題が、確率モデルにより理論解析ができるか？

本節では、上記1)を調べる。

遅延差 $\Delta\tau$ の2波モデルを考える。先行波は定常波と不規則変動成分の合成波、遅延波は不規則変動成分である。図1-1はこの2波モデルの遅延プロファイルである。定常波成分の電力を P_D 、不規則波成分の平均電力を P_{R1} 、 P_{R2} とする。2波モデルの遅延プロファイルは次式で表される。

$$p_e(\tau) = (P_D + P_{R1})\delta(\tau) + P_{R2}\delta(\tau - \Delta\tau) \quad (2)$$

この2波モデルの三つのキーパラメータ：不規則波と定常波の電力比 s^2 、遅延波の平均遅延 τ_m 、遅延スプレッド $\sigma_{\tau,R}$ は以下のとおり算定される。

$$s^2 = \frac{P_{R1} + P_{R2}}{P_D} \quad (3a)$$

$$\tau_m = \frac{P_{R2}\Delta\tau}{P_{R1} + P_{R2}} \quad (3b)$$

$$\sigma_{\tau,R} = \frac{\sqrt{P_{R1}P_{R2}}}{P_{R1} + P_{R2}} \Delta\tau \quad (3c)$$

これより、2波モデルのパラメータ P_{R1} 、 P_{R2} 、 $\Delta\tau$ はキーパラメータと以下の関係で結ばれる。

$$P_{R1} = \frac{s^2\sigma_{\tau,R}^2}{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2} P_D \quad (4a)$$

$$P_{R2} = \frac{s^2\tau_m^2}{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2} P_D \quad (4b)$$

$$\Delta\tau = \frac{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2}{\tau_m} \quad (4c)$$

式(3)と(4)で関係付けられるパラメータ間の一対一対応により、本解析で目的とするモデル「キーパラメータで構成される最も簡易な伝搬モデル」ができたことになる。図1-1で表されるモデルを、筆者らは「**等価伝送路モデル**」と呼んでいる。図1-1のモデルは、統計的環境を表現するモデルであるが、その瞬時環境を表すモデルが次式で表される時変インパルス応答 $h_e(\tau, t)$ である。

$$h_e(\tau, t) = \{a_0 + a_{e,1}(t)\}\delta(\tau) + a_{e,2}(t)\delta(\tau - \Delta\tau) \quad (5)$$

式中の a_0 、 $a_{e,1}$ 、 $a_{e,2}$ は、それぞれ、定常波成分、先行波不規則変動成分、遅延波不規則変動成分の複素振幅である。先行波 ($a_0 + a_{e,1}$) の振幅と位相を r_1 、 ϕ_1 、遅延波 ($a_{e,2}$) の振幅と位相を r_2 、 ϕ_2 と置く。振幅 r_1 は仲上・ライス分布、 r_2 はレイリー分布となり、次式で与えられる。図1-2はこれを表している。別の検討(6章で説明)から、この設定により、 $a_{e,1}$ と $a_{e,2}$ は無相関に変動すること、すなわち、 $\langle a_{e,1}^* a_{e,2} \rangle = 0$ 、も確かめられている[12]。

$$f_1(r_1) = \frac{r_1}{\sigma_1^2} \exp\left(-\frac{1+r_1^2}{2\sigma_1^2}\right) I_0\left(\frac{r_1}{\sigma_1^2}\right) \quad (6)$$

$$f_2(r_2) = \frac{r_1}{\sigma_2^2} \exp\left(-\frac{r_2^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (7)$$

ここで、 σ_1, σ_2 は $P_D=1, P_{R1}=2\sigma_1^2, P_{R2}=2\sigma_2^2$ で表される分布のパラメータである。

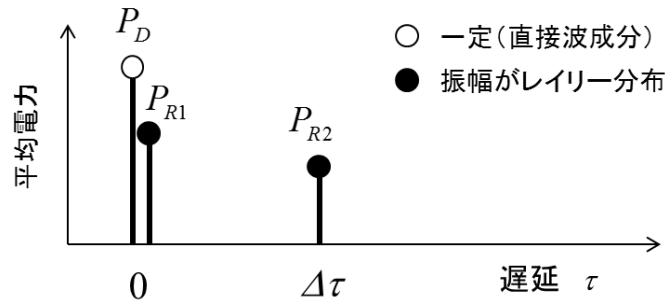


図 1 1 先行波と遅延波で構成される 2 波モデル遅延プロファイル (等価伝送路モデル)

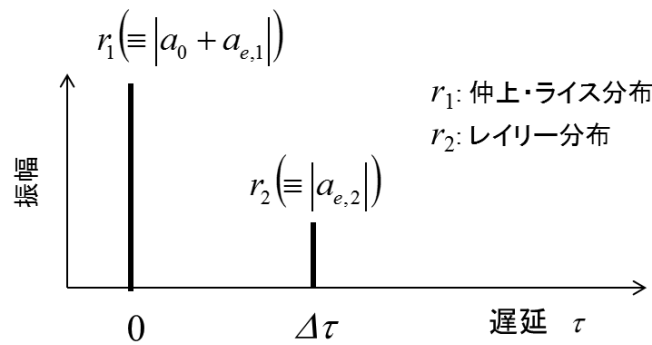


図 1 2 等価伝送路モデルのインパルス応答

3. 4 ステップ 3 : 等価伝送路モデルでの推定式の導出

2 波モデルでのサイクルスリップの振る舞いは、図 7 で説明したように、フェージングダイアグラム上において、二つの特異点を結ぶ線分上をフェージングの状態が通過したとき、サイクルスリップが起きる。この線分は、先行波と遅延波の振幅が等しくなる $r_1=r_2$ 状態、すなわち、振幅比 $r(≡ r_2/r_1)=1$ の上にある。特異点間の位相差は $2\pi\Delta\tau/T_s$ であり、かつ、フェージング状態は $0\sim 2\pi$ にわたって一様に分布するので、単位時間当たりのサイクルスリップ発生回数 N_s は、次式となる。

$$N_s = (\Delta\tau/T_s)N_{r=1} \quad (8)$$

$N_{r=1}$ は、 $r=1$ 上をフェージング状態が交差する回数で、この解法手法は、レベル交差問題 (あるいは零交差問題) になる。レベル交差問題は多くの教科書で取り上げられていて、アプローチの仕方はいろいろあるが、一般的な (厳密な) 解析は難しいとされている。ここでは、移動通信のフェージングの Level Crossing Rate (LCR) の解析に用いられる手法[1]を用いる。

確率変数 x の値がしきい値 x_0 と単位時間に交差する回数 $N_{r=1}$ は次式で与えられる。(LCR 解析では、交差の定義をしきい値に対して正から負 (あるいはその逆) と一方向によぎる事象を対象とするが、ここで

は両方向あわせてカウントする)。

$$N_{r=1} = 2 \int_0^{\infty} x' p(x = x_0, x') dx' \quad (9)$$

ここで、 x' は x の時間微分 (dx/dt)、 $p(x, x')$ は、 x と x' の結合確率密度関数である。(9)式から具体的な解を得るためには、妥当な範囲でのいくつかの仮定が必要になる。そこで、この種の解析によく用いられる次の仮定を採用する。

- 1) 変数 x の変動とその微分値 x' の変動は無相関である。
- 2) x' は 0 を中心とする正規分布である。

2波の変動の強度差 Δr ($\equiv r_2 - r_1$) の分布を $f(\Delta r)$ とする。このとき、交差、すなわち $\Delta r = 0$ となる確率密度は、式(6), (7)で与えられる2波のそれぞれの振幅の確率密度関数 f_1, f_2 を用いて、次式で与えられる(文献[1]の(3.19)式)。

$$\begin{aligned} f(\Delta r = 0) &= \int_0^{\infty} f_1(x) f_2(x) dx \\ &= \frac{1}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\right) \int_0^{\infty} x^2 \exp\left\{-\frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)x}{2\sigma_1^2 \sigma_2^2}\right\} I_0\left(\frac{x}{\sigma_1^2}\right) dx \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\right) {}_1F_1\left[1.5; 1; \frac{\sigma_2^2}{2\sigma_1^2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}\right] \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 ${}_1F_1$ は合流型超幾何関数であり、積分の解法は岩波公式集[20]による。また、合流型超幾何関数 ${}_1F_1(\alpha; \beta; \gamma)$ の $\alpha=1.5, \beta=1$ に対しては、以下で表される[21]。

$${}_1F_1(1.5; 1; x) = e^{x/2} \left\{ (1+x) I_0\left(\frac{x}{2}\right) + x I_1\left(\frac{x}{2}\right) \right\} \quad (11)$$

式中の I_0, I_1 は、0次および1次の第1種変形ベッセル関数である。

Δr の時間微分値 $\Delta r'$ は、平均値 0、標準偏差 $\sigma_{\Delta r'}$ の正規分布で与え、この確率分布を $g(\Delta r')$ とする。この分布と標準偏差 $\sigma_{\Delta r'}$ は次式となる ((13)式は文献[8]の Appendix)。

$$g(\Delta r') = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\Delta r'}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{\Delta r'}^2}\right) \quad (12)$$

$$\sigma_{\Delta r'} = \sqrt{2\pi} f_D \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (13)$$

Δr と $\Delta r'$ の無相関の仮定より、 Δr と $\Delta r'$ の結合確率密度関数 p は f と g の積で現されるので、結局、1秒当たりのサイクルスリップの発生回数は次式となる。

$$\begin{aligned} N_s &= \frac{2\Delta\tau}{T_s} \int_0^{\infty} \Delta r' f(\Delta r = 0) g(\Delta r') d\Delta r' \\ &= \sqrt{2\pi} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\right) {}_1F_1\left[1.5; 1; \frac{\sigma_2^2}{2\sigma_1^2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}\right] f_D \frac{\Delta\tau}{T_s} \end{aligned} \quad (14)$$

3. 5 ステップ4：一般式の導出

(14)式の2波モデルパラメータ： $\sigma_1^2 (=P_{R1}/2)$, $\sigma_2^2 (=P_{R2}/2)$, $\Delta\tau$ を(4)式を用いて、キーパラメータ： s^2 , τ_m , $\sigma_{\tau,R}$ に置き換えると、仲上・ライスフェージング環境での一般式である次式が得られる。

$$N_s = \sqrt{2\pi} f_D \sigma_{\tau,R} \exp\left(-\frac{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2}{s^2 \sigma_{\tau,R}^2}\right) {}_1F_1\left(1.5; 1; \frac{\tau_m^2}{s^2 \sigma_{\tau,R}^2}\right) \frac{1}{T_s} \quad (15)$$

|_____ (伝搬) _____| |__| (←システム)

上式の右辺より、電波伝搬部分とシステム部分が明確に分離されて表現されている形が興味深い。
 仲上・ライスフェージングの特殊なケースとして、図11で、不規則波成分に遅延の広がりがない場合 ($P_{R1}=0$ 、すなわち、 $\sigma_{\tau,R}=0$ の場合) には、(15)式は次式となる (式変換の詳細は文献[8])

$$N_s = 2\sqrt{2\pi} f_D \frac{1}{s} \exp\left(-\frac{1}{s^2}\right) \frac{\tau_m}{T_s} \quad (16)$$

さらに、レイリーフェージングの場合 ($P_D=0$ 、あるいは $s^2=\infty$) には、遅延環境を表すキーパラメータは遅延スプレッドのみ ($\sigma_{\tau,R}$ を σ_τ で表記) となるため、(15)式は、以下のように簡略化される。

$$N_s = \sqrt{2\pi} f_D \frac{\sigma_\tau}{T_s} \quad (\text{レイリーフェージング}) \quad (17)$$

なお、ここでは、不規則波成分に関しては、周囲一様の角度範囲から電波が到来する環境を想定している。その場合、最大ドップラー周波数 f_b は、ドップラー広がり標準偏差 σ_v とは、 $f_b = \sqrt{2} \sigma_v$ で関係付けられる。高速フェージングに対する伝送特性は、任意のドップラースペクトルに対して、 σ_v が支配的なパラメータになることが調べられているため[1]、 f_b の代わりに σ_v を用いて式(17)を書き改めると次式になる。

$$N_s = 2\pi \sigma_v \sigma_\tau / T_s \quad (18)$$

レイリーフェージングに話を限定すれば、サイクルスリップのキーパラメータは、 $\sigma_v \sigma_\tau$ であることがわかる。この伝搬パラメータ $\sigma_v \sigma_\tau$ は **スプレッドファクタ** と呼ばれ、時間・周波数領域の二重選択性フェージングの伝送特性や送受信リンクの相反定理成立条件など、いろいろな場面に現れてくる[22]。

3. 6 推定式の精度検証とサイクルスリップ特性

3. 6. 1 推定精度検証

サイクルスリップのシミュレーション結果については、図10に九つのケースを示している[8]。それぞれのケースについては表1にキーパラメータ値を示しているため、これを用いて、式(15)で計算した結果との比較を図13に示す。同図より、適用範囲内、すなわち、 $\tau_m, \sigma_{\tau,R} \leq 0.3 T_s$ で、推定値とコンピュータシミュレーション値は非常に精度で一致しており、式(15)の計算法の妥当性が示されている。なお、レイリーフェージングについては、文献[7]で比較評価が行われていて、同様に一致が得られている。

3. 6. 2 発生頻度特性と考察

図14は、様々な値に設定したキーパラメータに対するサイクルスリップの発生頻度の計算値である。 $f_b (= \nu \lambda) = 1\text{Hz}$ で求めているので、例えば、 $f_b = 100\text{Hz}$ では、発生回数は図の値の100倍である。図で実線は仲上・ライスフェージング、点線は、次式で与えられる等価レイリーフェージング (定常波成分も含めて全体の遅延スプレッドを求めた) の場合である。

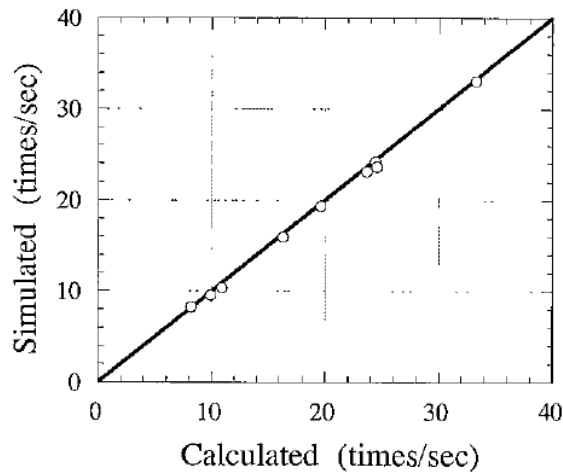


図 13 サイクルスリップ発生頻度に関するシミュレーション結果と理論計算値との比較

$$\sigma_{\tau}^2 = \frac{s^2}{1+s^2} \left(\frac{\tau_m^2}{1+s^2} + \sigma_{\tau,R}^2 \right) \quad (19)$$

図の実線のカーブより、マルチパス成分の電力が直接波成分電力に比べて-5dB 以下では、サイクルスリップの発生は急激に少なくなること、逆に、0dB 以上では、全体をレイリーフェージング (点線のカーブ) と考えても問題ないことが読み取れる。

“符号間干渉誤りとサイクルスリップによる同期外れでは、デジタル伝送特性に与える影響はどちらが大きいだろうか。” この間に答えるのは簡単ではない。サイクルスリップについては、一回発生したときどの程度速く回復するかはシステム条件 (符号の組み方や同期確立方式など) による。符号間干渉はフェージングの状態 (あるいはその状態の発生確率) によって決まるが、サイクルスリップはそればかりでなく、状態の変化の速さにも依存する。大まかには、次のようなことが言えるであろう。

- (1) QPSK では BPSK に比べて符号間干渉誤りが発生しやすい。さらに、その符号間干渉誤りが発生しやすい状態は、サイクルスリップも発生しやすい。逆にいうと、符号間干渉による誤りがパースト的に発生している状態では、サイクルスリップの影響はマスクされてしまう。それゆえ符号間干渉誤りを考慮しておけば、十分であろう。
- (2) BPSK では符号間干渉に対して耐性が強い。その場合でも、サイクルスリップは QPSK と同じように発生する。それゆえ、BPSK では、サイクルスリップの方が誤り発生に対して支配的になる可能性が高い。
- (3) サイクルスリップは高速移動のような最大ドップラー周波数が大きいケースで影響が大きい。
- (4) レイリーフェージングでは、スプレッドファクタ $\sigma_v \sigma_{\tau}$ がキーパラメータであり、発生頻度はこれに比例する。

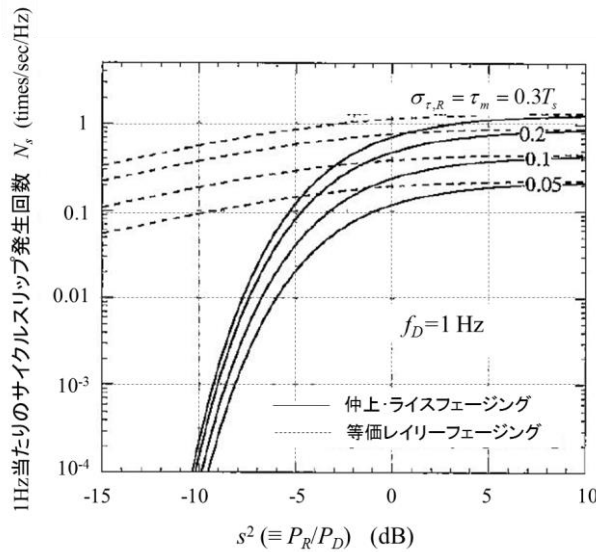


図 1 4 仲上・ライスフェージング環境におけるサイクルスリップ発生頻度特性

4. シングルキャリア伝送における符号間干渉誤り解析への応用

4. 1 符号間干渉誤りの発生

4. 1. 1 伝送誤りの発生メカニズムと統計的推定

デジタル変調方式において、シンボルの状態を信号点配置のどれか一つとして送ったとき、受信側で処理した結果、それが他の信号点に近いと判断されたとき誤りが発生する。例えば、BPSK の「1」の状態を送った信号が、受信側で「0」と判断してしまう場合である。そのようなことが発生する原因はおもに以下のどれかである。

- (1) 受信強度が弱くなり、熱雑音の影響が大きくなったとき（熱雑音による誤り）、
- (2) 一つの情報を再生している間に伝送路の特性（主に位相）が変化してしまい、波形に歪みが生じてしまうとき（ドップラー変動による誤り：ランダム FM 誤り）、
- (3) 伝搬路の遅延の広がりによって、前後の符号の干渉が大きいつき（符号間干渉誤り）、
- (4) 同じ周波数帯の電波が用いられている他のシステム（あるいは無線局）からの干渉があるとき（同一周波数干渉誤り）、あるいは隣接する周波数帯からの干渉が漏れ込むとき（隣接チャンネル干渉による誤り）

(1) と (4) は狭帯域信号でも広帯域信号でも発生に区別は無いが、(2) は主としてシンボル周期が長い狭帯域信号に対して、また、(3) はシンボル周期が短い広帯域信号に対して問題になる現象である。

誤りの発生量を統計的に評価する場合にはビット誤り率 (bit error rate: BER) が用いられる。電波伝搬による劣化がある環境下での平均誤り率 (平均 BER) 推定は次の基本式で求められる。

$$P_e = \iiint_{x,y,z,\dots} f_p(x,y,z,\dots) P_0(x,y,z,\dots) dx dy dz \dots \quad (20)$$

P_0 は伝搬状態を規定する変数 x, y, z, \dots の関数で与えられる BER、 f_p はその伝搬状態 (x, y, z, \dots) が発生する確率密度関数である。このように、伝搬現象ごとに f_p が、また、変復調方式ごとに P_0 が求められていれば、平均 BER を求めることができる。複雑と思われている電波伝搬の性質とデジタル伝送特性との関係も式(20)のように整理してみると、“伝搬”と“変復調特性”が陽に分離されていて、わかりやすい。

最も典型的な例として、フェージング環境下での熱雑音による BER 推定を考えてみる。種々の変復調方式に対する熱雑音による誤り率は、搬送波対雑音電力比 (CNR) γ の関数で与えられる (注: これ以外にも信号対雑音電力比 (SNR) や 1 ビット当たりの信号対 1 Hz 当たり雑音電力比 (E_b/N_0) で与えられる場合もある。それらの違いは、文献[1]の付録 6 等参照)。同様に、伝搬環境も、振幅で表される確率分布を電力 (あるいは CNR) に変数変換した分布が用いられる。この場合には、(20)式は、以下の表現になる。

$$P_e = \int_0^{\infty} f_p(\gamma) P_0(\gamma) d\gamma \quad (21)$$

種々のフェージング環境 (レイリーフェージング、仲上・ライスフェージング、仲上 m フェージング、最大比合成ダイバーシチなど) と種々の変復調方式の f_p と P_0 の表現については、文献[1] (10.3.2 節) 等を見てほしい。 f_p と P_0 の組み合わせによっては、積分が解けて簡易な計算式になる場合もある。

全く異なる要因によって発生する誤りが共に含まれている場合には、各々の要因 a, b, c, \dots による BER ($= P_e^{(a)}, P_e^{(b)}, P_e^{(c)}, \dots$) が、1 より十分小さい (例えば 10^{-2} 以下) ならば、次式のようにそれらの和として良い。

$$P_e \approx P_e^{(a)} + P_e^{(b)} + P_e^{(c)} + \dots \quad (22)$$

4. 1. 2 符号間干渉誤りとは

たとえ話から入りたい。学校の運動会で百メートル競争をする。数人が一列に並んでピストルの音でスタート、テープを切った人から順位をつけ、終わると次の組がスタート。最近、この学校では生徒数が増え、効率化のためのやむを得ない措置として、前の組が全員ゴールに達する前に、次の組をスタートさせることにした。しかし、そのスタートの間隔を徐々に短くしてゆくと、後の組の速い生徒が前の組の遅い生徒を追い抜いてゴールに駆け込むことが起き、順位が正しくつけられなくなってしまった。

ワイヤレス通信では同じことが問題になっている。「生徒数」を「送りたい情報量」、「後の組が前の組を追い抜いてしまうこと」を「101011・・・といった符号の順番が入れ替わること (=符号間干渉)」と読み替える。この入れ替わりは、マルチパスによる到着時間 (遅延) のばらつきという伝搬現象によって発生する。

例えば、通信信号の帯域幅 B を 10kHz (昔)、1MHz、100MHz (これからの時代) とするとデジタル変調信号のシンボル周期 T は $1/B$ 程度であるので、100 μ s、1 μ s、10ns になる。空間距離に換算すると、それぞれ、30km、300m、3m である。屋内通信でも壁などの反射による通路長差のばらつきが 10m 程度はあるので、上記例え話の問題は現実である。特に、移動通信ではこの対策が重要になり、OFDM (直交周波数分割多重) はその一つである。

では、具体的に符号間干渉による伝送誤りが発生する状態を具体的に調べたい。図 3 で示した 2 波モデルでのアイパターンを見てほしい。遅延の大きさがシンボル周期よりかなり小さい場合でも (図では $\Delta\tau=0.2T_s$)、2 波の位相差の値によって、アイパターンが大きく変わることがわかる。2 波が同位相である場合 (同図(a)) には、アイパターンの劣化は無視できる程度であるが、逆位相になると (同図(b))、肝腎の信号成分が重なっている部分では打消しによって信号強度が低下し、シンボルの境界部分は逆に信号が存在しているように見えている。受信機のサンプリングもこの切り替え部分に信号があると判断してだまされてしまい、誤りの発生になる。

図 1 5 は、計算機シミュレーションにより、遅延差が $0.2T_s$ のときの誤り発生率を、振幅比 r と位相差 ϕ に対して示している。同図(a)は同期検波 QPSK (CQPSK)、(b)は $\pi/4$ シフト遅延検波 QPSK ($\pi/4$ -DQPSK) の場合である。変復調方式によって誤りの発生パターン形状は若干異なるものの、2 波の振幅が同じ程度でかつ位相差が逆相に近い付近に集中して発生していることは共通である。図 1 6 は、実際の 64kbps の

CQPSK モデムを用いた測定値である。(用いたモデムおよび2波モデルの振幅・位相・遅延の設定は、図6のデータを取得に利用した測定系と共通)。図15(a)とCQPSKでの同一条件になる。両者を比較すると、誤り発生パターンの形状はほぼ類似の形になっているが、実測値の方が広い範囲に誤りが出ている。実測値については、シミュレーションでは考慮していない他の劣化要因が加わっていることによるものと理解できる。

なお、後に述べるBER推定においては、推定の基本データとして、この2波モデルでのBER計算が求められる。そこでは、図15のように地図状に表記されたBERデータを「BERマップ」と呼んでいる。

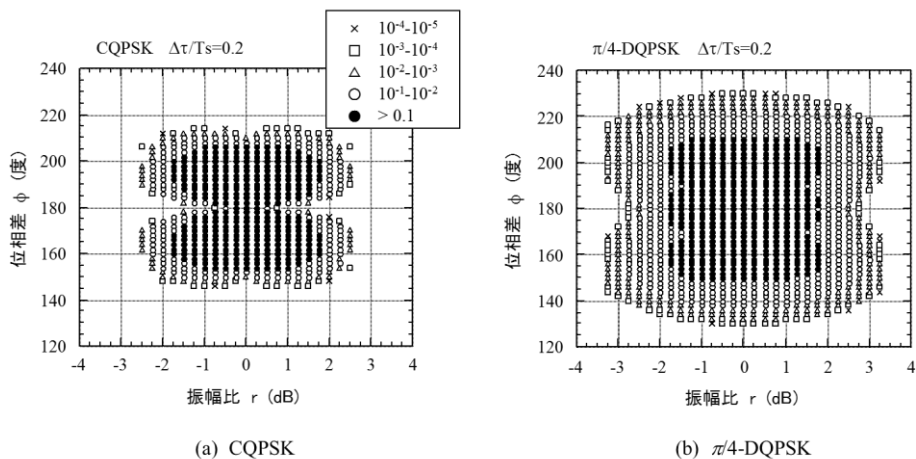


図15 符号間干渉誤り発生エリア (BERマップ)

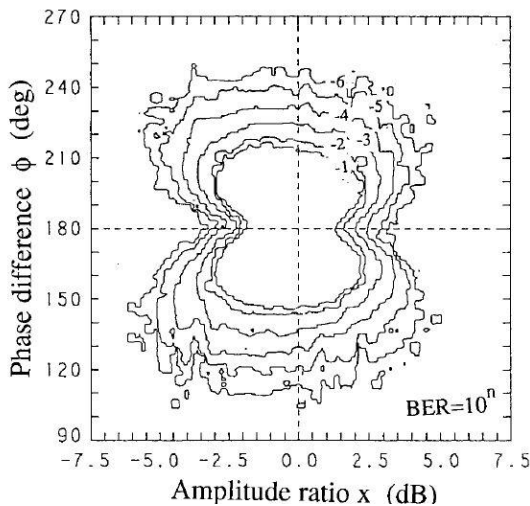


図16 CQPSKの誤り発生パターンの実測値 (Δτ=0.2Ts)

4.2 ステップ1：法則性を見出す

法則を見つけ出す手順はサイクルスリップのとき(3.2節)と同じであるため、簡潔な記述にとどめる。ここでも、伝搬モデルとして、図8に示した仲上・ライスフェージングモデルを考える。時間的に変化しない定常波成分(直接波成分)を持ち、この電力をPdと置く。定常波成分を含まない散乱波部分のみの遅延プロファイルをps(τ)と置くと、散乱波の平均電力PRは遅延プロファイルの積分値で与えられる。PRとPd

の比を s^2 で与える ($s^2 \equiv 1/K \equiv P_D/P_D$)。散乱波遅延プロファイルの直接波遅延を基準とした平均遅延を τ_m 、その標準偏差 (遅延スプレッド) を $\sigma_{\tau,R}$ と置く。

サイクルスリップの解析においては、電波伝搬パラメータとして、 s^2 、 τ_m 、 $\sigma_{\tau,R}$ 、および f_D の四つが伝送特性 (統計値) を支配するキーパラメータであった。符号間干渉では、時間的性質は含まれないため、 s^2 、 τ_m 、 $\sigma_{\tau,R}$ の三つのパラメータが、キーパラメータになるであろうと予想できる。

以下は文献[10]で行った計算機シミュレーションによるアプローチを簡潔に説明する。

図 1 7 に示すように、形状の異なる八つの遅延プロファイルパターンを用意する (図の見方は図 9 の説明と同じである)。この八つのプロファイルのそれぞれに対して、表 2 で与えられる八つの仲上・ライスフェージング環境を作る。この作り方も、3.2.2 節で説明した方法と同じである。そのようにして、図 1 7 のそれぞれのプロファイルに、定常波成分電力を加え、表 2 で定められた環境を作る。

評価は CQPSK と $M=4$ -DQPSK の二つの変復調方式に対して行う。計算機シミュレーションでは熱雑音を加えない状態で行っており、得られる BER は、軽減困難な誤り率を意味する BER フロア値である。図 1 8 は、八つのプロファイルに対して、表 2 の八つのケースについて、シミュレーション評価結果をまとめている。図より、それぞれのケースにおいて、プロファイルの違いによるばらつきが極めて小さいことがわかる。これらの計算機シミュレーションによって、以下の法則性を見出すことができた。

“符号間干渉によるビット誤り率 (BER フロア) 特性は、仲上・ライスフェージングパラメータである s^2 、 τ_m 、 $\sigma_{\tau,R}$ の値が同じセットであれば、プロファイルの形状に依存せず、同じ値になる。ただし、 τ_m および $\sigma_{\tau,R}$ の適用範囲は $0.3T_s$ 程度以内である。”

上記より、仲上・ライスフェージング環境における BER 特性を支配する電波伝搬キーパラメータは、 s^2 、 τ_m 、 $\sigma_{\tau,R}$ の 3 つである、と結論できる。このキーパラメータは、サイクルスリップ特性の場合と同じであり、仲上・ライスフェージング環境を規定する本質的なパラメータとみなしてよいといえるだろう。

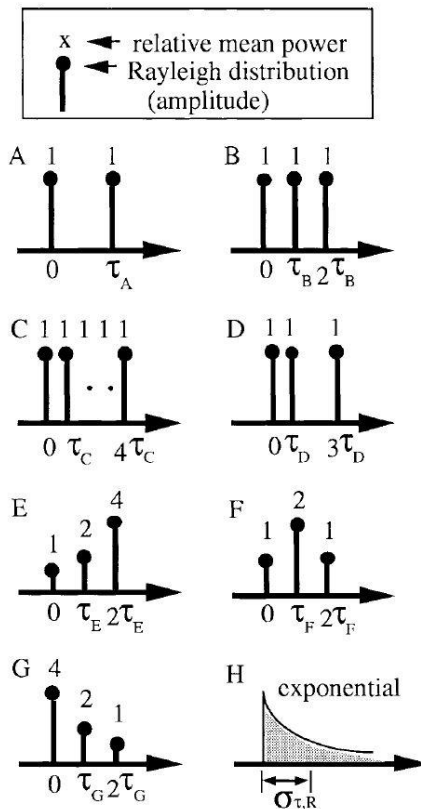
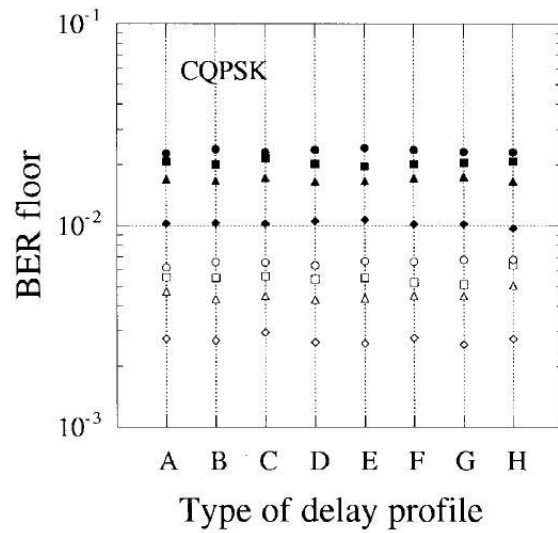


図 1 7 符号間干渉による BER 特性のプロファイル形状依存性を調べるための八つのパターン

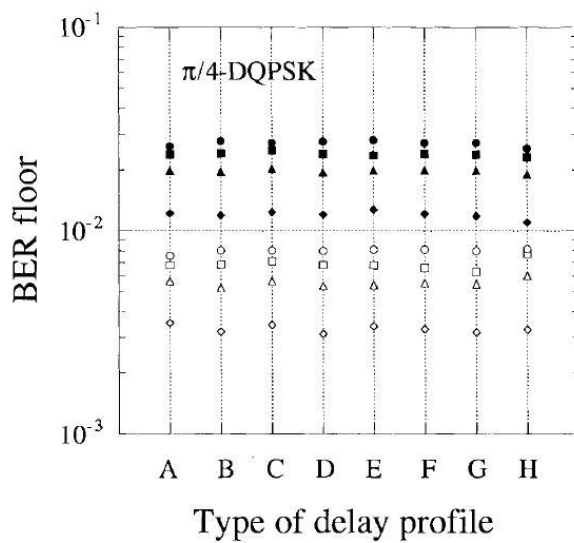
(散乱波の遅延プロファイル部分)

表2 仲上・ライスフェージング環境の設定値

Case	s^2	τ_m/T_s	$\sigma_{\tau,R}/T_s$	Symbol
1	∞	–	0.1	○
2	∞	–	0.2	●
3	2.0	0.1	0.1	□
4	2.0	0.2	0.2	■
5	1.0	0.1	0.1	△
6	1.0	0.2	0.2	▲
7	0.5	0.1	0.1	◇
8	0.5	0.2	0.2	◆



(a) CQPSK



(b) $\pi/4$ -DQPSK

図18 符号間干渉による BER 特性 (フロア値) のプロファイル形状依存性

4. 3 ステップ2：等価伝送路モデルの構築

3. 3節の記述 (ただし、第一パラグラフを除く第二パラグラフ以降) と同一になるため、ここでは割愛する。

4. 4 ステップ3：等価伝送路モデルでの推定式の導出

三つのキーパラメータで規定される仲上・ライスフェージング環境を、前節で示した等価伝送路モデルに置き換え、このモデルでの BER フロア値推定を理論的に行う。遅延差 $\Delta\tau$ の2波モデルでは、フェージング環境は振幅比 r ($\equiv r_2/r_1$) と位相差 ϕ ($\equiv \phi_2 - \phi_1$) で定められる。この r と ϕ の結合確率密度関数を f_p 、2波モデルでの BER 特性を P_0 とすると、BER のフロア値は、基本式(20)より、次式で算定できる。

$$P_e = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} f_p(r, \phi; P_D, P_{R1}, P_{R2}) P_0(r, \phi; \Delta\tau) d\phi dr \quad (23)$$

以下では、結合確率密度関数 f_p の定式化を行う。BER 特性 P_0 (図15で示した BER マップ) の計算式が与えられないと(23)式は求められないが、これについては、4. 6節で詳しく述べる。

符号間干渉誤りは波形歪に起因するものであるため信号強度の値には依存しない。このため、定常波成分の電力を $P_{R1}=1$ で正規化し、 $P_{R1}=2\sigma_1^2$, $P_{R2}=2\sigma_2^2$ と置く。位相差 ϕ の確率分布は $0 \sim 2\pi$ で一様であり、かつ、振幅比変動とは独立であるため、結合確率分布 f_p は振幅比の確率分布 f_{pr} と位相差の分布 $f_{p\phi}$ の積として、以下のように表される。

$$f_p(r, \phi) = f_{pr}(r) f_{p\phi}(\phi) = \frac{1}{2\pi} f_{pr}(r) \quad (24)$$

振幅比 r の確率分布は、確率分布が式(6), (7)で与えられる r_2 と r_1 の比の分布であるため、比の分布を求める公式 (文献[1]の(3.23)式) から、次式となる。

$$\begin{aligned} f_{pr}(r; \sigma_1, \sigma_2) &= \int_0^\infty f_1(x) f_2(xr) x dx \\ &= \frac{r}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\right) \int_0^\infty x^3 \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{r^2}{\sigma_2^2}\right)x^2\right\} I_0\left(\frac{x}{\sigma_1}\right) dx \\ &= \frac{2\sigma_1^2 \sigma_2^2 r}{(\sigma_1^2 r^2 + \sigma_2^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_1^2}\right) {}_1F_1\left[2; 1; \frac{\sigma_2^2}{2\sigma_1^2(\sigma_1^2 r^2 + \sigma_2^2)}\right] \end{aligned} \quad (25)$$

式中の積分解法は、岩波数学公式集[20]による。また、合流型超幾何関数 ${}_1F_1$ で ${}_1F_1(2; 1; x)$ では、次式となる[21]。

$${}_1F_1(2; 1; x) = (1+x)e^x \quad (26)$$

4. 5 ステップ4：一般式の導出

(23)式で表される2波モデルでの BER フロア推定式をキーパラメータを用いて表すと以下の式になる。

$$P_e(s^2, \tau_m, \sigma_{\tau,R}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left[\underset{\text{伝搬}}{f_{pr}(r; s^2, \tau_m, \sigma_{\tau,R})} \int_0^{2\pi} \underset{\text{システム}}{P_0\{r, \phi; \Delta\tau(\tau_m, \sigma_{\tau,R})\}} d\phi \right] dr \quad (27)$$

(14)式の2波モデルパラメータ： $\sigma_1^2 (=P_{R1}/2)$, $\sigma_2^2 (=P_{R2}/2)$, $\Delta\tau$ を(4)式を用いて、キーパラメータ： s^2 , τ_m , $\sigma_{\tau,R}$ に置き換えると、(25)式の f_{pr} の部分について、仲上・ライスフェージング環境での一般式である次式が

得られる。(詳細議論は § 6.2 で)

$$f_{pr}(r; s^2, \tau_m, \sigma_{\tau,R}) = \frac{2\sigma_{\tau,R}^2 \tau_m^2 r}{(\sigma_{\tau,R}^2 r^2 + \tau_m^2)^2} \left(1 + \frac{\tau_m^2 (\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2)}{s^2 \sigma_{\tau,R}^2 (\sigma_{\tau,R}^2 r^2 + \tau_m^2)} \right) \times \exp \left\{ -\frac{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2}{s^2 \sigma_{\tau,R}^2} \left(1 - \frac{\tau_m^2}{\sigma_{\tau,R}^2 r^2 + \tau_m^2} \right) \right\} \quad (28)$$

ただし、上式の適用範囲は、 $\sigma_{\tau,R}, \tau_m \leq 0.3T_s$ である。

(28)式は、 $s^2 \rightarrow 1/K$ (K : ライスファクタ) , $\eta \equiv \sigma_{\tau,R}/\tau_m$ として、以下のようにも表すことができる。

$$f_{pr}(r; K, \eta) = \frac{2\eta^2 r}{(\eta^2 r^2 + 1)^2} \left(1 + \frac{K(1+\eta^2)}{\eta^2(\eta^2 r^2 + 1)} \right) \exp \left\{ -\frac{K(1+\eta^2)}{\eta^2} \left(1 - \frac{1}{\eta^2 r^2 + 1} \right) \right\} \quad (29)$$

式(29)からは、三つのキーパラメータが二つになったように見えるが、この前提となる、2波モデルの遅延間隔 $\Delta\tau$ については、

$$\Delta\tau = \frac{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2}{\tau_m} = (1 + \eta^2) \tau_m \quad (30)$$

の条件があり、三つのキーパラメータが独立であることに変わりはない。

レイリーフェージングの場合は、すなわち、 $s^2 = \infty$ の場合、遅延スプレッド σ_{τ} のみがキーパラメータとなって、実質的な意味を持たない平均遅延 τ_m は自由に設定できるので、確率分布 f_{pr} が最も簡潔な表現になる次式で与える (この根拠等は § 6.2 で)。

$$\sigma_{\tau,R} = \tau_m = \sigma_{\tau} \quad (\eta = 1) \quad (29)$$

$$\Delta\tau = 2\sigma_{\tau} \quad (30)$$

このとき、

$$f_{pr}(r) = \frac{2r}{(r^2 + 1)^2} \quad (\text{レイリーフェージング}) \quad (31)$$

この場合の適用範囲は $\sigma\tau \leq 0.5T_s$ である[10]。

2波モデルでの BER 特性 P_0 は、図 1 5 に示しているように振幅比 r と位相差 ϕ の関数になるが、伝搬状態の確率分布 f_{pr} は r のみの関数であるため、 P_0 も ϕ についてはその平均値でよい。また、BER の発生分布も r の対数値に対して対称形状とみなしてよく[11]、 $x = 20 \log_{10} r$ による dB 値変換した表現を用いる。これより、 P_0 の位相差領域平均値 P_{0x} は次式となる。

$$P_{0x}(x; \Delta\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P_0(10^{x/20}, \phi; \Delta\tau) d\phi \quad (32)$$

P_0 部分について、変数 r を dB 値 x に変換したので、伝搬部分の確率分布 f_{pr} も同じ変換を行って f_{px} とすると次式で表される。

$$f_{px}(x; s^2, \tau_m, \sigma_{\tau,R}) = \frac{1}{b} \exp\left(\frac{x}{b}\right) f_{pr} \left\{ \exp\left(\frac{x}{b}\right); s^2, \tau_m, \sigma_{\tau,R} \right\} \quad (b \equiv 20 \log_{10} e) \quad (33)$$

最終的に求める量は次式となる。

$$P_e(s^2, \tau_m, \sigma_{\tau,R}) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{px}(x; s^2, \tau_m, \sigma_{\tau,R}) P_{0x}\{x; \Delta\tau(\tau_m, \sigma_{\tau,R})\} dx \quad (34)$$

| _____ 伝搬 _____ | | _____ システム _____ |

図19は、振幅比 x [dB] の確率密度関数 f_{px} を、 $\eta (\equiv \sigma_{\tau,R}/\tau_m) = 1$ について、ライスファクタ $K (\equiv 1/s^2)$ をパラメータにして表している。図より、定常波の成分が強くなるほど、すなわち、 K の値が大きくなるほど、分布のピークが、誤りの発生が集中する中心部からずれてゆく様子がわかり、結果として、BER フロア値が K の値と共に小さくなってゆくことが定性的に理解できる。なお、レイリーフェージングの場合 ($K=0$) の誤り率に関しては、同図を用いて、§4.8 で再度取り上げる。

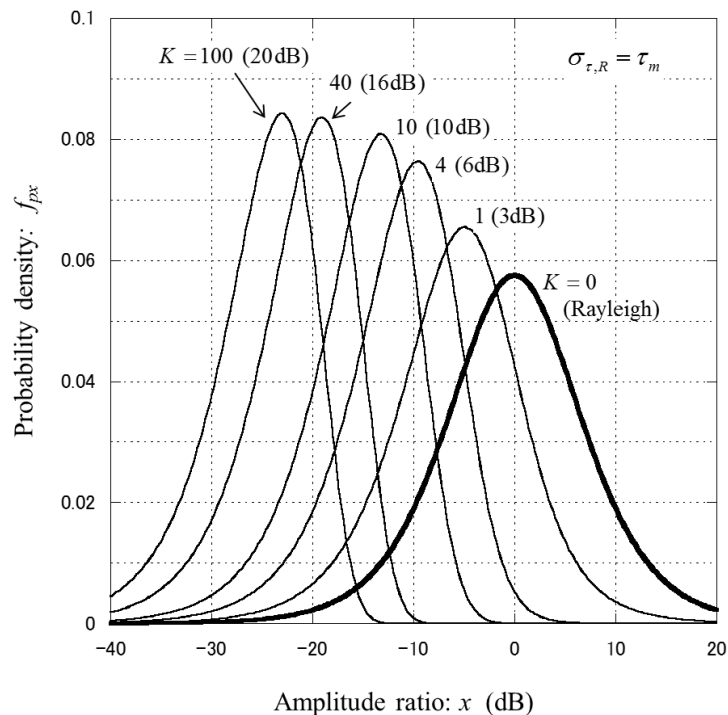


図19 ライスファクタ $K (\equiv 1/s^2)$ に対する振幅比 x [dB] の確率密度関数 f_{px}

4.6 推定式計算のネック：BER マップ

4.6.1 BER マップの形状相似性を利用したデータベース構築の効率化

BER フロア値の計算式(34)は、電波伝搬とシステム (変復調方式) が陽に分離されていて、物理の本質が理解しやすい。伝搬部分の確率分布 f_{px} は(28)、(31)のように特殊関数を含まない閉形式に記述されており、計算しやすい形になっている。

一方、システム側に期待される2波モデルでのBERフロア値には、筆者の知る限り、使いやすい計算式が提示されていない。それゆえ、筆者らは具体的な計算に際しては、図15のようなデータを得るため、 $\Delta\tau T_s$ を定めた後、事前に計算機シミュレーションによってデータベースの構築を行っていた。具体的には x の刻み幅 Δx を 0.25dB、位相差の刻み幅 $\Delta\phi$ を 2° としていた (この刻み幅で、精度的には十分であった)。そしてこのデータベースを BER マップと呼んでいる。この BER マップは、変復調方式、送受信フィルタ波形 (ナイキストフィルタの場合は、そのロールオフファクタ)、2波の遅延差 $\Delta\tau$ に依存する。このため、

全部を網羅しようとする、作成に手間隙がかかる BER マップを利用するよりは、そのまま、目的のフェーディング環境で計算機シミュレーションをした方が早く答えが得られる、という皮肉な状況になっている。

幸い、BER マップは、 $\Delta\tau$ について、以下の式で与えられる形状相似性があることが調べられており[11] (詳細は本稿 § 4.6.2)、その性質を利用すれば、準備すべき BER マップは、変復調方式ごとに一枚あればよいことになる (ロールオフファクタは $\alpha=0.5$ のような代表値を用いるとして)。

$$P_0(r, \phi; \Delta\tau) \approx P_0(r_0, \phi_0; \Delta\tau_{map}) \quad (35)$$

$$r_0 = r^{d\tau_{max}/\Delta\tau}, \quad \phi_0 = (\phi - \pi) \frac{\Delta\tau_{map}}{\Delta\tau} + \pi$$

ここで、 $\Delta\tau_{map}$ は所有する BER マップの遅延差である。 $\Delta\tau_{map}$ の値は、 $0.5T_s$ 以内の任意のものでよいが、 $\Delta\tau_{map}/T_s=0.2$ の利用を推奨する。dB値で表記される BER マップ P_{0x} については、既存 BER マップより、以下の式でスケーリング変換される。

$$P_{0x}(x; \Delta\tau) \approx \frac{\Delta\tau}{\Delta\tau_{map}} P_{0x}\left(\frac{\Delta\tau_{map}}{\Delta\tau} x; \Delta\tau_{map}\right) \quad (36)$$

以上より、2波の BER 特性 P_{0x} が与えられればよいことになる。将来において、 P_{0x} (あるいは P_b, P_{0b}) の計算式が入手できれば、(34)式の理論モデルは計算法として完備なものとなる。それゆえ、現時点においては、BER 推定法としての等価伝送路モデルは、使いにくいモデルと言わざるを得ない。

4. 6. 2 BER マップの形状相似性の理論的根拠

この項では BER マップの形状相似性の理論的根拠を示す。

CQPSK での実測の BER マップを、 $\Delta\tau=0.1T_s$ と $0.2T_s$ について図 20 に示す[11]。(同図(b)は図 16 の再掲であり、測定系やモデムの説明等は図 6 の項で)。図より、(b)は(a)に対して、 $\Delta\tau$ の比に相当するほぼ 2 倍の大きさになっていることがわかる。計算機シミュレーションでの BER マップ (図 15 のような) でも、非常に精度よい形状相似性が保たれていることを確認している。この性質は理論的に説明できることなのであろうか？

出発点 (原理) は、「同じ伝搬特性からは、同じ伝送特性 (BER 特性) が生まれる」である。今回対象としている符号間干渉誤りに対しては、同じ伝搬特性とは、「中心周波数 (高周波でのキャリア周波数、等価低域通過系での $f=0$) 近傍での伝達関数 $T(f)$ が同じ」である。さらに近似として、「 $T(0)$ とその微分値 $\partial T(f)/\partial f|_{f=0} (\equiv T'(0))$ のそれぞれの値が等しいとき同じ特性になる」と考える (等価伝送路モデルの基本思想：後述の(53),(54)式)。

2波のインパルスで表される環境を考える。そのインパルス応答 h_e とそのフーリエ変換で与えられる伝達関数 T_e を次式で与える。

$$h_e(\tau) = a_{e,1}\delta(\tau) + a_{e,2}\delta(\tau - \Delta\tau) \quad (37)$$

$$T_e(f) = a_{e,1} + a_{e,2}e^{-j2\pi f\Delta\tau} \quad (38)$$

遅延差が異なる二つの 2 波モデルを考え、一方の遅延差を基準の意味で $\Delta\tau_{ref}$ もう一方を、 $\Delta\tau$ とする。 $\Delta\tau_{ref}$ に属する量には上付きの (ref) を添える (例： $h_e^{(ref)}$, $a_e^{(ref)}$ など)。上述の二つの条件 ($T_e(0)=T_e^{(ref)}(0)$, $T_e'(0)=T_e^{(ref)'}(0)$) より、

$$a_{e,1} + a_{e,2} = a_{e,1}^{(ref)} + a_{e,2}^{(ref)} \quad (39)$$

$$a_{e,2}\Delta\tau = a_{e,2}^{(ref)}\Delta\tau_{ref} \quad (40)$$

となる。 $\Delta\tau$ と $\Delta\tau_{ref}$ の比を $\gamma(\equiv\Delta\tau/\Delta\tau_{ref})$ と定義すると、二つのモデルの複素振幅の関係は次式で整理できる。

$$\begin{pmatrix} a_{e,1} \\ a_{e,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1-1/\gamma \\ 0 & 1/\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{e,1}^{(ref)} \\ a_{e,2}^{(ref)} \end{pmatrix} \quad (\gamma \equiv \Delta\tau / \Delta\tau_{ref}) \quad (41)$$

それぞれの2波（遅延波と先行波）の比がBERマップの位置を決めるため、この比を α と置き、以下の記述をする。

$$\alpha \equiv \frac{a_{e,2}}{a_{e,1}} \equiv r e^{j\phi} \equiv -e^{\beta} \quad (42)$$

$$\beta \equiv x + jy = \ln r + j\hat{\phi} \quad (43)$$

$$\hat{\phi} = \phi - \pi \quad (44)$$

BERマップ上で、誤りは $r=1$ ($x=0$), $\phi=\pi$ を中心とした比較的狭い範囲に集中するが、この座標変換においては、 $|\beta| \ll 1$ の領域に対応する。 $\Delta\tau_{ref}$ のモデルに対する変数表記には、同様に全て上付きの(ref)で表記する ($\alpha^{(ref)}$, $\beta^{(ref)}$ など)。

(41)式で与えられる二つの環境は同じ伝搬環境を作るので、それぞれが指し示す位置におけるBERは同じでなければならない。その位置 α は、(39), (40)式より次式となる。

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{a_{e,2}^{(ref)} / \gamma}{a_{e,1}^{(ref)} + a_{e,2}^{(ref)} - a_{e,2}^{(ref)} / \gamma} \\ &= \frac{\alpha^{(ref)}}{(1 + \alpha^{(ref)})\gamma - \alpha^{(ref)}} \end{aligned} \quad (45)$$

図15、20より、 $|\beta| \ll 1$ の範囲で誤りが集中することを考えると、 $\alpha \simeq -1 - \beta$ と近似できる。この近似により、 β は次式で表される。

$$\beta \approx \frac{\gamma\beta^{(ref)}}{1 + \beta^{(ref)} - \gamma\beta^{(ref)}} \approx \gamma\beta^{(ref)} \quad (46)$$

このことにより、遅延差が異なる二つのモデルにおいては、同一伝搬条件(式(41)で結ばれる関係)が、BERマップ上においては、 $\Delta\tau_{ref}$ における $\beta^{(ref)}$ の位置が、 γ 倍だけ異なる $\Delta\tau$ のマップにおいては、 $\gamma\beta^{(ref)}$ の位置に変換されたことになる。 β は $\ln r + j(\phi - \pi)$ なので、横軸:振幅比の対数(dB値もそれに含まれる)に対しても、縦軸: $\phi=\pi$ を中心とした位相差に対しても、基準値に対して γ 倍引き伸ばされた場所に同じBERが現れることになる。これは、まさに、BERマップの γ 倍のスケールリングであり、図20の現象を理論的に説明付けたことになる。

なお、このスケールリングが精度よく適用できる範囲は $|\beta| \ll 1$ であるが、具体的な適用限界の定量的把握など、詰めの検討が残されている。

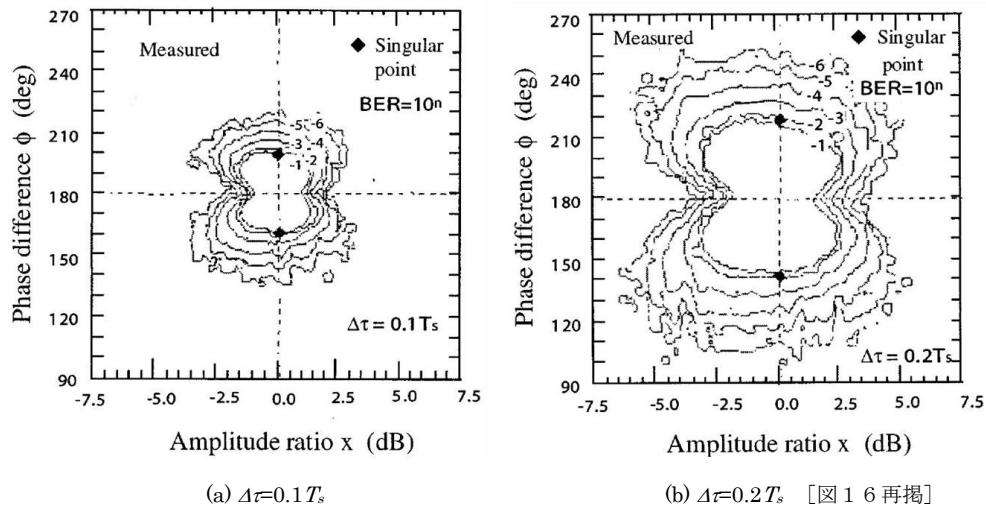


図20 実測 BER マップ (64kbps CQPSK モデム) [11]

4. 7 推定式の精度検証

符号間干渉誤りフロア値のシミュレーション結果は図18に示している。表2の八つのケースについて、プロファイル (プロファイル A~H) ごとの平均値を求め、式(34)と構築した BER マップを用いて計算した結果との比較を図21に示す。同図には同期検波 BPSK (CBPSK) の結果も含めているが、どの変復調方式に対しても、適用範囲内、すなわち、 $\tau_m, \sigma_{\tau,R} \leq 0.3 T_s$ で、推定値とコンピュータシミュレーション値は非常によく精度で一致しており、等価伝送路モデルによる BER 推定の妥当性が示されている。

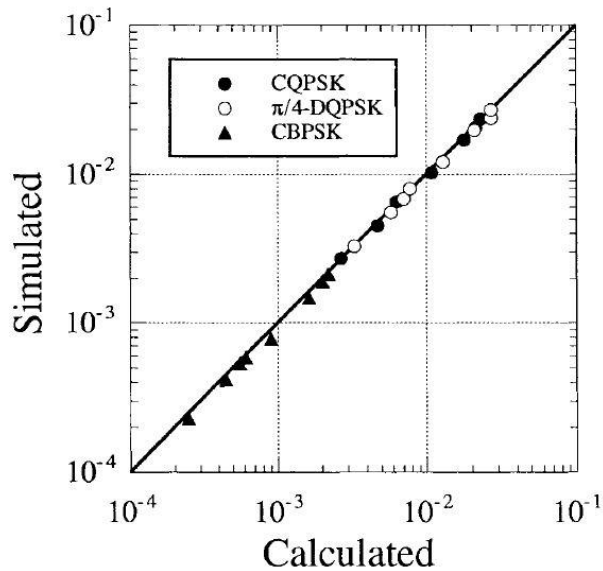


図21 符号間干渉誤りフロア値に関するシミュレーション結果と理論計算値との比較

4. 8 符号間干渉誤り特性と考察

4. 6節で述べたとおり、等価伝送路モデルはモデル構造の明確さとは別に、計算実行上の困難があるので、ここでは、このモデルを用いた代表的ないくつかの計算結果を示す。

CQPSK, $\pi/4$ -DQPSK, CBPSK における BER の s^2 特性を図 2 2 に示す。図で点線のカーブは、直接波も含めてレイリーフェージングとみなし、その遅延スプレッドの値 [式(19)] を用い、その環境がレイリーフェージングであるとみなして求めたものである (これを等価レイリーフェージングと呼ぶ)。図より、以下の性質が読み取れる。

- (1) CQPSK と $\pi/4$ -DQPSK では CQPSK の方がやや BER フロアが小さいものの、ほぼ同じ特性である。
- (2) QPSK と BPSK では、同じパラメータ値 ($\sigma_{\tau,R} / T_s$) で見ても、同じ情報伝送量 (例えば、CQPSK の $\sigma_{\tau,R} / T_s = 0.1$ のカーブと CBPSK の $\sigma_{\tau,R} / T_s = 0.2$ のカーブ) で見ても BPSK の方が BER が小さく符号間干渉に強い。
- (3) $s^2 > 0\text{dB}$ では仲上-ライスフェージングの結果 (実線) と等価レイリーフェージングの結果 (点線) に有意な差は見られない。この場合には、仲上-ライスフェージングといえども全体をレイリーフェージングとみなす簡易な取扱いでまったく問題がない。

符号間干渉誤りと熱雑音による誤りを共に含む場合の総合 BER は、式(22)で表しているように、両者の和で近似できる[11]。レイリーフェージング環境における $\pi/4$ -DQPSK の総合 BER を図 2 3 に示す。遅延スプレッドの大きさに応じてフロアが現れる様子がわかる。ここでは一例を示したが、伝搬環境、変復調方式の任意の組み合わせで BER 特性を求めることができる。

図 2 3 の BER のフロア値は、遅延スプレッドの 2 乗に比例しているように見える。これを調べてみた。レイリーフェージングの場合、(34)式で表される BER フロア値の基本計算式は次式で表される。

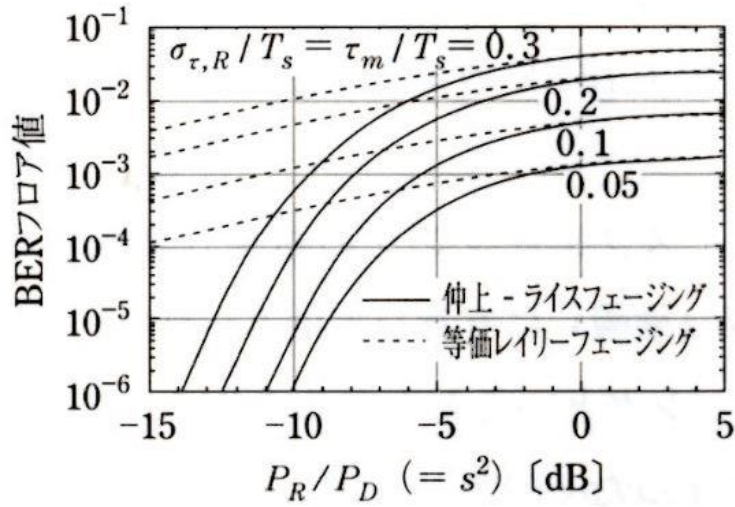
$$P_e(\sigma_\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \{f_{px}(x)\} P_{0x}(x; 2\sigma_\tau) dx \quad (47)$$

式(31)より、 $\Delta\tau = 2\sigma_\tau$ と設定したときのレイリー分布の振幅比の確率分布は、 σ_τ に依存しない x のみの関数となる。これを図示すると図 2 4 のカーブとなる (図 1 9 の $K=0$ のカーブを抽出)。一方、BER マップには、 $\Delta\tau$ に対して、 x - ϕ 面上で相似形になり、 $\Delta\tau = 0.2T_s$ では、 $|x| \leq 2\text{dB}$ に、 $\Delta\tau = 0.4T_s$ では、 $|x| \leq 4\text{dB}$ の範囲に誤りの発生が集中している。図 2 4 のカーブを見ると、この誤りが集中するおよそ $\pm 5\text{dB}$ の範囲では、ピーク特性がほぼ維持されている。非常に大胆ではあるが、この付近の f_{px} 特性を一定値 (ピーク値のまま) とみなすと、(47)式は次式で書き換えられる。

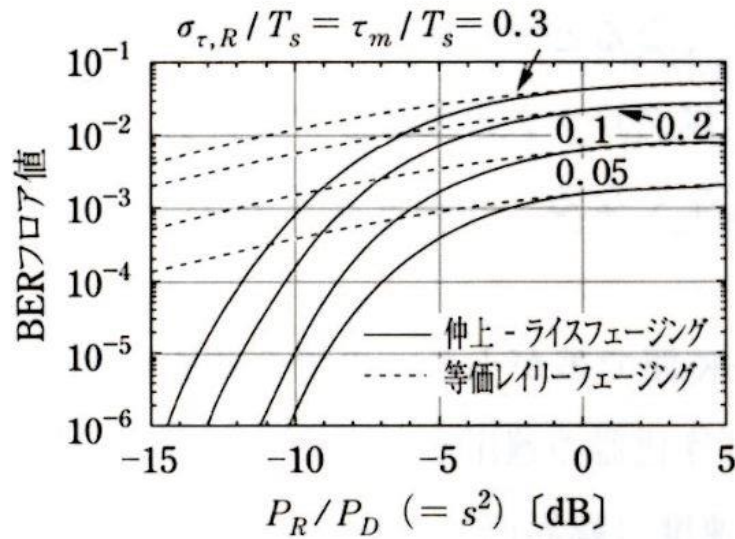
$$P_e(\sigma_\tau) \approx f_{px}(0) \int_{-\infty}^{\infty} P_{0x}(x; 2\sigma_\tau) dx$$

$$\approx \left(\frac{\sigma_\tau}{\sigma_{\tau,ref}} \right)^2 P_e(\sigma_{\tau,ref}) \propto \sigma_\tau^2 \quad (48)$$

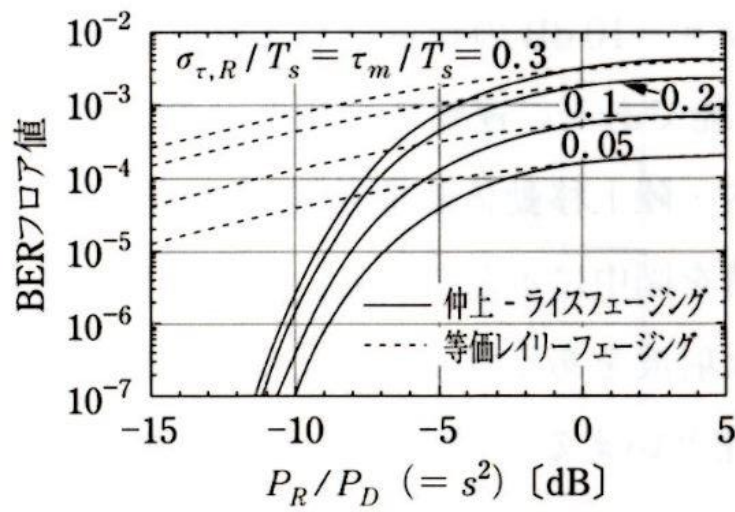
式中の $\sigma_{\tau,ref}$ は、適当に基準に決めた遅延スプレッドで、 $P_e(\sigma_{\tau,ref})$ はそのときの BER フロア値である。BER マップの相似形性質から、 ϕ 方向にも x 方向にも BER 発生エリアが σ_τ に比例して大きくなる性質から、誤り発生エリアが比較的小さい範囲 (目安として $\sigma_\tau \leq 0.3T_s$) においては、 $P_e(\sigma_{\tau,ref}) \propto \sigma_\tau^2$ の性質が導き出せる。BER マップの形状相似性の前提で議論しているが、近似的な意味で、この前提が成立していることは § 4.6.2 で述べている。



(a) CQPSK



(b) $\pi/4$ -DQPSK



(c) CBPSK

図 2 伸上・ライスフェージング環境における BER フロア値の s^2 特性

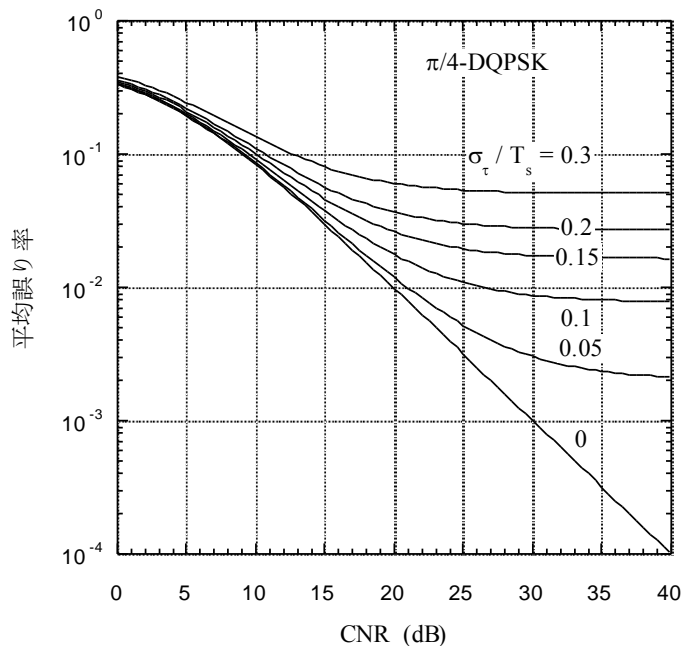


図 2.3 レイリーフェージング環境における符号間干渉誤りと熱雑音誤りの BER 総合特性

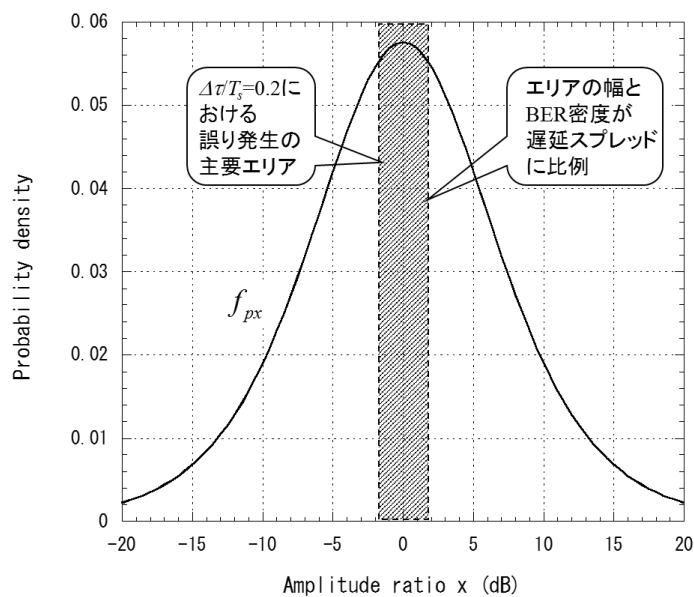


図 2.4 式(47)中の確率分布 f_{px} の計算値

5. OFDM 伝送における不完全 GI 時の伝送特性劣化解析への応用

シングルキャリア伝送での符号間干渉誤りは、実効的にシンボル長を大きくする仕組みである OFDM によってその大部分が解決される。特に、サイクリックプレフィックスの仕組みを取り入れたガードインターバルの挿入によって、符号間干渉誤りの発生をほぼ完全に押さえ込むことができる。ただし、その場合、ガードインターバルは遅延の広がりを受容する長さに設定することが前提となり、この前提が満たさ

れないと、その程度に応じた特性の劣化が生じる。すなわち、不十分なガードインターバル長、言い換えれば、ガードインターバル長を超えた遅延波の存在による伝送特性の劣化である。この場合には、符号間干渉と共に、受信信号処理において直交性が失われるための劣化の複合作用になる。

筆者らは、この伝送特性評価に、等価伝送路モデルを用いた解析を行っている。基本的には、4章で述べたシングルキャリア伝送方式の解法に共通するところが多いが、ガードインターバルの働きを組み入れる部分に、更なる工夫を取り入れている。レイリーフェージングの場合の解析は、文献[13]で、仲上・ライスフェージングについては文献[14]で行っている。また、文献[5]は、このモデル化の基本的な考え方をまとめている。さらに、文献[1]の § 10.7.3 でこの解析法と解析結果について、詳しく解説している。ここでは、この情報を挙げるにとどめる。

なお、この研究（単一アンテナ対向の OFDM 伝送特性評価のモデリング）をベースに、アレーアンテナ受信応用である最大比合成ダイバーシチ受信のモデル化を試みているが[16],[17]、まだ構築中である。

6. 等価伝送路モデルの構造に関する別視点からの考察

6. 1 インパルス応答から作る等価伝送路モデル

デジタル伝送特性の高精度評価手法として等価伝送路モデルを構築した。図8で示した仲上・ライスフェージング環境遅延プロファイルを、三つのキーパラメータを維持した状態で最も簡易な構造である2波モデルに置き換えたモデル（図11）である。すなわち、統計的環境表現における等価性に視点を当てたものである。以下では、瞬時環境表現を表すインパルス応答からも、図11の等価伝送路モデルが生み出されることを示す。

図25(a)のインパルス応答で表される仲上・ライスフェージング環境を考える。マルチパス環境が時間と共に緩やかに変化する。定常波（直接波）のパスを $i=0$ 、複素振幅を a_0 とし、マルチパス波を $i \geq 1$ （複素振幅 a_i 、遅延量 τ_i ）に割り当てる。定常波が存在しないレイリーフェージング環境でも、 $a_0=0$ とすればそのまま適用できる。この環境のインパルス応答 $h(\tau, t)$ と、そのフーリエ変換で与えられる伝達関数 $T(f, t)$ は次式で表される。

$$h(\tau, t) = a_0 \delta(\tau) + \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) \delta(\tau - \tau_i) \tag{49}$$

$$T(f, t) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) \exp(-j2\pi f \tau_i) \tag{50}$$

つぎにマルチパス波の部分をも2つに分け、一つを定常波と同じ遅延の波として、もう一つを遅延 $\Delta\tau$ の位置に置き、おのおのの複素振幅を $a_{e,1}, a_{e,2}$ とする。このとき、2波モデルのインパルス応答 $h_e(\tau, t)$ （図25(c)）と伝達関数 $T_e(f, t)$ は次式で表される。

$$h_e(\tau, t) = \{a_0 + a_{e,1}(t)\} \delta(\tau) + a_{e,2}(t) \delta(\tau - \Delta\tau) \quad \text{【(5)式の再掲】} \tag{51}$$

$$T_e(f, t) = a_0 + a_{e,1}(t) + a_{e,2}(t) \exp(-j2\pi f \tau_i) \tag{52}$$

ここで、2波モデルの複素振幅 $a_{e,1}, a_{e,2}$ の決定につきの条件を与える。

“条件： $f=0$ （帯域通過系の搬送波周波数 f_c に対応）において、マルチパス環境の伝達関数 T と2波モデルの伝達関数 T_e の値および1次導関数の値がおのおの等しくなるように近似する”すなわち、次式の関係である。

$$T_e(0, t) = T(0, t) \tag{53}$$

$$\left. \frac{\partial T_e(f,t)}{\partial f} \right|_{f=0} = \left. \frac{\partial T(f,t)}{\partial f} \right|_{f=0} \quad (54)$$

二つの未知数 ($a_{e,1}, a_{e,2}$) は、上記連立方程を解くことによって求めることができ次式を得る。

$$a_{e,1} = \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) - \frac{\sum_{i=1}^{\infty} a_i(t)\tau_i}{\Delta\tau} \quad (55)$$

$$a_{e,2} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} a_i(t)\tau_i}{\Delta\tau} \quad (56)$$

遅延差 $\Delta\tau$ の設定はこの段階では自由である。しかしながら、何でも良いというわけではない。ではこの $\Delta\tau$ の値はどのように決めれば良いのであろうか。それはつぎのように考える。

定常不規則過程に従う統計的性質が与えられ、それに基づいて瞬時環境が確率的に成起しているとする
と、式(55), (56)によって決めた2波の平均電力はおのこの次式となる。

$$\begin{aligned} P_{e,1} &= \langle a_{e,1}^* a_{e,1} \rangle \\ &= \left\langle \sum_{i=1}^{\infty} a_i a_i^* \right\rangle - \frac{2}{\Delta\tau} \left\langle \sum_{i=1}^{\infty} a_i a_i^* \tau_i \right\rangle + \frac{2}{\Delta\tau^2} \left\langle \sum_{i=1}^{\infty} a_i a_i^* \tau_i^2 \right\rangle \\ &= s^2 \left(1 - \frac{2}{\Delta\tau} \tau_m + \frac{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2}{\Delta\tau^2} \right) P_D \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} P_{e,2} &= \langle a_{e,2}^* a_{e,2} \rangle \\ &= \frac{1}{\Delta\tau^2} \left\langle \sum_{i=1}^{\infty} a_i a_i^* \tau_i^2 \right\rangle \\ &= s^2 \frac{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2}{\Delta\tau^2} P_D \end{aligned} \quad (58)$$

2波の相関係数は、

$$\begin{aligned} \rho_{a_{e,1} a_{e,2}} &= \frac{\langle a_{e,1}^* a_{e,2} \rangle}{\sqrt{P_{e,1} P_{e,2}}} \\ &= \frac{s^2}{\sqrt{P_{e,1} P_{e,2}}} \left(\frac{\tau_m}{\Delta\tau} - \frac{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2}{\Delta\tau^2} \right) P_D \end{aligned} \quad (59)$$

になる。ここで、次の条件を加えてみよう。

“付加条件：一つの統計的な性質をもった環境（＝広義定常不規則過程）においては、等価伝送路表現の2波は、式(53),(54)で規定される伝達関数を実現するようにつねに変化し、おのこの値の変化には一般的

には相関がある。それがちょうど無相関となるよう $\Delta\tau$ を設定する。”

式(59)から相関を0とする $\Delta\tau$ が存在し、その値は、

$$\Delta\tau = \frac{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2}{\tau_m} \tag{60}$$

である。

式(60)を式(57), (58)に代入し、2波の平均電力を求めると、

$$P_{e,1} = \frac{s^2 \sigma_{\tau,R}^2}{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2} P_D \tag{61}$$

$$P_{e,2} = \frac{s^2 \tau_m^2}{\tau_m^2 + \sigma_{\tau,R}^2} P_D \tag{62}$$

となる。3.3節で述べた仲上-ライスフェージング環境を規定する三つのキーパラメータ $s^2, \tau_m, \sigma_{\tau,R}$ が陽に現われている。

(4)式と(61), (62)式との比較より、 $P_{e,1}=P_{R1}, P_{e,2}=P_{R2}$ であるので、上記の展開は、図25において(a)→(c)→(d)のルートで、周波数選択性フェージングの統計的環境を2波で表すモデルに行き着いたと理解できる。このことから、伝達関数を近似するように作った2波モデルは、遅延プロファイルの $s^2, \tau_m, \sigma_{\tau,R}$ の三つのパラメータの値を維持したまま等価変換したもの (b)→(d)のルートで得られたモデル) と同じものになったわけである。

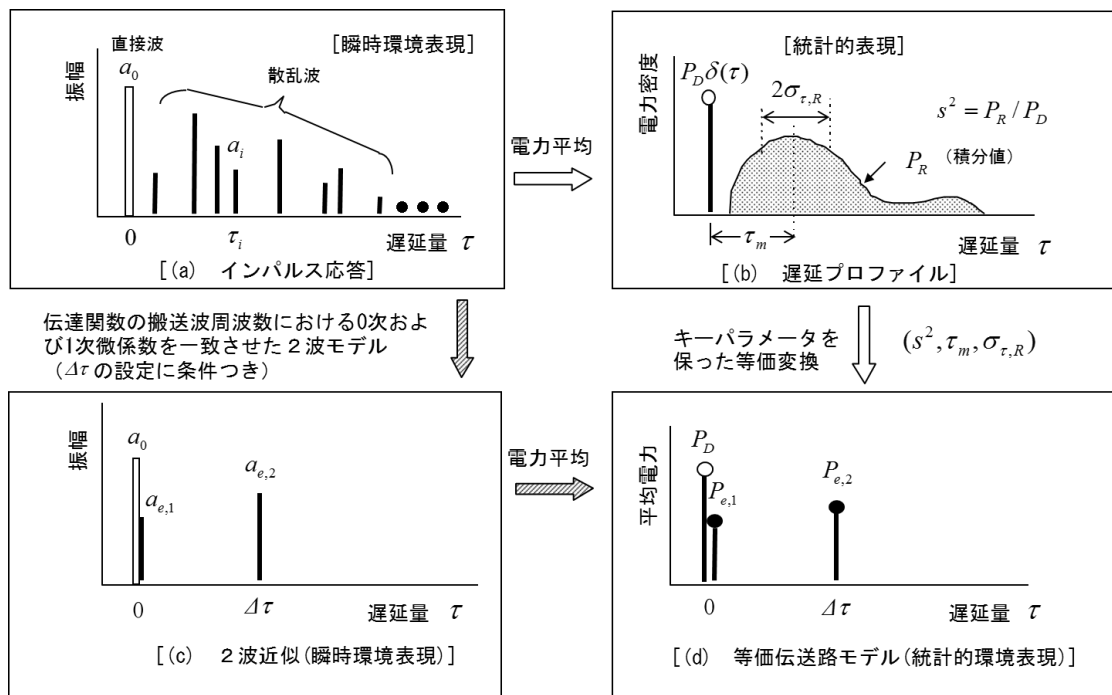


図25 仲上・ライスフェージング環境の等価伝送路モデルとその理論的基礎 (まとめ)

6. 2 レイリーフェージングの等価伝送路モデル

本稿では、仲上・ライスフェージング環境を対象にしてモデル化を行った。レイリーフェージングは、定常波の強度を0と置くことによって実現でき、仲上・ライスフェージングの一つの極限である。そのため、電力比パラメータ $s^2 \rightarrow \infty$ の変換になり、一見簡単なようであるが、 τ_m の扱いについて、多少、もやもやしたところが残る。以下この点を整理する。

(1) 仲上・ライスフェージングの極限モデルとして

レイリーフェージングの遅延プロファイルのキーパラメータは、遅延スプレッド σ_τ のみである。一方、モデルとして考慮するパラメータは、2波の遅延差 $\Delta\tau$ と、それぞれの平均電力 $P_{e,1}$ と $P_{e,2}$ である。平均電力 $P_{e,1}$ と $P_{e,2}$ に関しては、2波の合計平均電力を P_R 、式(61), (62)を $s^2 P_D \rightarrow P_R$, $\sigma_{\tau,R} \rightarrow \sigma_\tau$ とすることにより、次式で表せる。

$$P_{e,1} = \frac{\sigma_\tau^2}{\tau_m^2 + \sigma_\tau^2} P_R \tag{63}$$

$$P_{e,2} = \frac{\tau_m^2}{\tau_m^2 + \sigma_\tau^2} P_R \tag{64}$$

定常波（直接波）の遅延時間を0とする基準がなくなったので、もはや、平均遅延時間 τ_m には本質的な意味はないはずである。しかし、式の中には、しっかりと残っている。この τ_m の扱いにもやもや感が漂う。

式(60)も等価伝送路モデルの条件式である。 $\sigma_{\tau,R} \rightarrow \sigma_\tau$ として、 τ_m について解くと、以下で表される。

$$\tau_m = \frac{\Delta\tau \pm \sqrt{\Delta\tau^2 - 4\sigma_\tau^2}}{2} \tag{65}$$

平均遅延 τ_m が物理量として存在するためには、判別式の値が0または正、すなわち、 $\Delta\tau$ と σ_τ の関係において、 $\Delta\tau \geq 2\sigma_\tau$ が条件になる。土の符号のうち、+を採れば、 $P_{e,1} < P_{e,2}$ 、-を採れば $P_{e,1} > P_{e,2}$ となる違いなので、モデル上はどちらでもよい。

2波モデル（＝等価伝送路モデル）作成の手順を要約すると、

- i) 環境で決まる σ_τ に対して、 $2\sigma_\tau$ 以上の大きい値で $\Delta\tau$ を定める（大きさは任意でよい）。
- ii) 式(65)で τ_m を求める（ $P_{e,1} > P_{e,2}$ としていたい場合には、土は-符号を採る）。
- iii) 式(63), (64)に σ_τ と τ_m の値を代入し、平均電力を定める。

このようにして定めた2波モデルは、等価伝送路モデルの二つの性質（電力条件と無相関条件）: $P_{e,1} + P_{e,2} = P_R$ と $\langle a_{e,1}^* a_{e,2} \rangle = 0$ が自動的に具備されている。

$\Delta\tau$ を定めるとき、 $2\sigma_\tau$ 以上の任意でよいのであるから、 $P_{e,1} = P_{e,2}$ を与える $\Delta\tau = 2\sigma_\tau$ が、式的に最も簡易な形になっており、他に大きな理由がない限り、 **$\Delta\tau = 2\sigma_\tau$ の設定を推奨する。**

(2) レイリーフェージングの性質を直接に利用する方法

仲上・ライスフェージングからの説明では、レイリーフェージングには直接関係ない τ_m を介したものになった。出発点をレイリーフェージングにしまえばどうであろうか？

この場合は、2波モデルでの $\Delta\tau$ と遅延スプレッド σ_τ の関係を与える次式から入る。

$$\sigma_{\tau} = \frac{\sqrt{P_{e,1} P_{e,2}}}{P_{e,1} + P_{e,2}} \Delta\tau \quad (66)$$

右辺の分数のうちの分子は相乗平均、分母は相加平均の2倍の量であるので、相乗平均と相加平均の関係を表す定理（相加平均 \geq 相乗平均）より、前項同様に $\Delta\tau \geq 2\sigma_{\tau}$ が条件式となる。このようにして、 $\Delta\tau$ を定め、(56)式と $P_{e,1} + P_{e,2} = P_R$ の電力条件より、 $P_{e,1}$ 、 $P_{e,2}$ を定めれば、2波モデルができる。当然ながら、このようにして定めた2波モデルも前項の方法で定めた2波モデルも同じものになる。

この項で述べた方法は、等価伝送路モデルという大げさなものでなくて、レイリーフェージング環境を2波モデルで表したい場合に、誰もが採用しているであろう至極一般的な方法と言える。

参考文献（等価伝送路モデル：著者分）

【等価伝送路モデルの解説】

- [1] 唐沢好男, 改訂 デジタル移動通信の電波伝搬基礎, コロナ社, 2016.03.
- [2] 唐沢好男, "広帯域移動通信の「電波伝搬」と「システム」の接点を探る," 信学誌, vol.81, 8, pp. 830-837, 1998.
- [3] 唐沢好男, "広帯域移動通信の多重波伝搬理論とモデリング：-等価伝送路モデルによる「伝搬」と「システム」の橋渡し-, 信学論 B, vol. J83-B, no.12, pp1651-1660, 2000.
- [4] Y. Karasawa, "Multipath propagation theory and modeling in wideband mobile radio: The"ETP model", Connecting "Propagation" and "Systems," The Radio Science Bulletin, No 302, pp.5-15, +p.26, 2002.
- [5] 唐沢好男, "伝搬モデルの作り方 -OFDM 伝送特性評価用広帯域伝搬モデルを例として-, 信学会通信ソサイエティマガジン (B-plus) , 2007 夏号 No. 1, pp. 67-75, 2007.06.
- [6] 唐沢好男, "実験と理論," 日立国際電気技報, No. 9, pp. 5-1, 2009.03.

【サイクルスリップ】

- [7] Y. Karasawa, T. Kuroda and H. Iwai, "Cycle slip in clock recovery on frequency-selective fading channels," IEEE Trans. Commun., vol. 45, 3, pp. 376-383, 1997.
- [8] Y. Karasawa, T. Kuroda and H. Iwai, "Analysis of cycle slip in clock recovery on frequency-selective Nakagami-Rice fading channels based on the equivalent transmission-path model," IEICE Trans. Commun., vol. E79-B, 12, pp. 1900-1910, 1996.
- [9] 唐沢好男, 黒田知紀, 岩井誠人, "周波数選択性フェージングとサイクルスリップ [I]," 信学技報 SAT92-7; "同[II]," AP92-57/RCS92-45, "同[III]," AP92-52/RCS92-40; "同[IV]," RCS92-70; "同[V]," AP92-100, いずれも 1992.

【シングルキャリア ISI】

- [10] Y. Karasawa, T. Kuroda and H. Iwai, "The equivalent transmission-path model," IEEE Trans. Vehicul. Tech., vol. 47, no. 1, pp. 194-202, 1997.
- [11] Y. Karasawa and H. Iwai, "Enhancement of the ETP model: How to calculate BER due to ISI for wideband digital transmission in Nakagami-Rice fading environments," IEEE Trans. Vehicul. Tech., vol. 49, no. 6, pp. 2113-2120, 2000.
- [12] H. Iwai and Y. Karasawa, "The theoretical foundation and applications of equivalent transmission-path model for assessing wideband digital transmission characteristics in Nakagami-Rice fading environments," IEICE Trans. on Commun., vol. E79-B, no. 9, pp. 1205-1214, 1996.

【OFDM ISI】

- [13] Y. Karasawa, N. Gejoh, and T. Izumi, "Modeling and analysis of OFDM transmission characteristics in Rayleigh fading environment in which the delay profile exceeds the guard interval," IEICE, Trans. Commun., vol. E88-B, no. 7, pp. 3020-3027, 2005.
- [14] Y. Karasawa, C. Vanmani, "OFDM transmission characteristics where the delay profile exceeds the guard interval in Nakagami-Rice fading environment," IEICE Trans. Commun., vol. E91-B, no. 10, pp. 3262-3271, 2008.

- [15] 和泉隆亮、下条則之、唐沢好男、" OFDM 伝送特性評価用等価伝送路モデルに用いる BER マップの簡易作成法," 信学論(B), vol. J87-B, no. 9, pp. 1514-1523, 2004.
- [16] Q. A. Vu, C. Vanmany, A. Bajrachaya, and Y. Karasawa, "An approximation method for evaluating SIMO-OFDM MRC system in multipath environment where delay profile exceeds the guard interval," IEICE Trans. Commun., vol. E95-B, no. 1, pp. 77-86, 2012.
- [17] 鄭 篤仙, 唐沢好男, "遅延の広がりがある OFDM のガードインターバルを超えるマルチパス環境における最大比合成ダイバーシチ特性の等価伝送路モデルによる解析," 信学技報, A・P2012-112, pp. 109-114, 2012.

参考文献 (その他)

- [18] S. Yoshida, S. Onoe, and F. Ikegami, "The effect of sample timing on bit error rate performance in a multipath fading channel," IEEE Trans. Vehicul. Tech., vol. VT-35, pp. 168-174, 1986.
- [19] S. Yoshida, F. Ikegami and T. Takeuchi, "Cause of burst errors in multipath fading channel," IEEE Trans. Commun., vol. 36, pp. 107-113, 1988.
- [20] 森口繁一他、数学公式 III, 岩波書店, 1960.
- [21] 奥井重彦、電子工学のための特殊関数とその応用、森北出版、1997.
- [22] 唐沢好男, "伝搬パラメータ「スプレッドファクタ」について," 信学技報 (AP 研 2017.10 予定)